
Etudes de cas en Thermodynamique industrielle

Utilisations pédagogiques de logiciels

<u>LE PRE-CONDITIONNEMENT DES AVIONS AU SOL (THERMOPTIM).....</u>	<u>3</u>
1 - QUESTIONS POSEES.....	4
1 - ESTIMER LES « CHARGES THERMIQUES » D’UN GROS PORTEUR AU SOL, REMPLI DE PASSAGERS.	4
2 - CALCULER LE CYCLE DE L’ AIR POINT PAR POINT AVEC LE LOGICIEL THERMOPTIM.	5
3 - SOLUTION CLIMATISATION AU SOL PAR GROUPE MOBILE	6
4 - COMPARAISON DES SOLUTIONS.....	6
2 - BILAN ENERGETIQUE DE LA CLIMATISATION DE L’AVION.....	10
1 - ESTIMATION DES CHARGES THERMIQUES D’ETE	10
2 - ETUDE DES COURBES FOURNIES	11
3 - DETERMINATION DU DEBIT ET DE LA TEMPERATURE DE SOUFFLAGE	11
4 - CYCLE DE JOULE AU SOL	13
5 - BILAN ENERGETIQUE DU CYCLE DE JOULE AU SOL.....	18
6 - CYCLE DE CLIMATISATION AU SOL PAR CENTRALE DE TRAITEMENT D’ AIR.....	18
<u>CYCLES A ENERGIE TOTALE EN LAITERIE (THERMOPTIM).....</u>	<u>21</u>
1 - QUESTIONS POSEES.....	22
1 - CYCLE 1 – AVEC ECHANGEUR PRODUISANT DE LA VAPEUR SURCHAUFFEE	22
2 - CYCLE 2 – AVEC DESURCHAUFFEUR.....	23
2 – APPLICATION AU CAS DE 2 USINES.....	24
2 - CALCUL DES 2 CYCLES A ENERGIE TOTALE	24
1 – CALCUL DU CYCLE 1	25
2 – CALCUL DU CYCLE 2	29
3 - COMPARAISON DES CYCLES	31
5 - COMPARAISON ECONOMIQUE DES SOLUTIONS.....	34
<u>CALCUL D’UN DEPROPANISEUR (EXCEL).....</u>	<u>35</u>
1 – QUESTIONS POSEES.....	36
2 -SOLUTION PROBLEME.....	37
1. LA PRESSION DANS LE CONDENSEUR.....	37
2. LA PRESSION SUR LE PLATEAU SUPERIEUR	37

3. LA VAPEUR QUI QUITTE LE DERNIER PLATEAU EST A SON POINT DE ROSEE A 11,9 BARS ET 44°C.....	37
4. DEBIT QUITTANT LE DERNIER PLATEAU	38
5. LA FRACTION VAPORISEE DANS LE CONDENSEUR.....	39
6. LES ENTHALPIES DES FLUX A ET B DOIVENT ENSUITE ETRE DETERMINEES. NOUS COMMENCERONS PAR B QUI EST DIPHASIQUE.	40
7. CALCUL DE L'ENTHALPIE EN A.....	42

GAZODUC, COURBES DE FANNO (EXCEL) 45

1. PRESENTATION DU PROJET :	45
2. ENONCE DU PROJET :	46
3. SOLUTION DU PROBLEME.....	48
1. CALCULS PRELIMINAIRES	48
2. EQUATION DE LA COURBE DE FANNO DANS LE PLAN (P,V).....	49
3. TRACE DE LA COURBE DE FANNO.....	51
4. EXPRESSION DU TRAVAIL DE LA FORCE DE FROTTEMENT	57
5. CALCUL DE C_f	59
6. EQUATION DIFFERENTIELLE LIANT V A X	59
7. PUISSANCE ENTROPIQUE CREEE AU SEIN DE LA CANALISATION	61
8. CALCUL DE LA LONGUEUR CRITIQUE LCR.....	61
9. CALCUL DU DEBIT MAXIMAL QUE PEUT VOIR PASSER LE GAZODUC.....	63
10. TRACE DES GRANDEURS EN FONCTION DE L'ABSCISSE X DU GAZ DANS LE GAZODUC.....	65
GUIDE DE L'UTILISATEUR DU FICHIER GAZODUC_GP.XLS.....	71

Etude de cas

1**Le pré-conditionnement des avions au sol (Thermoptim)**

Dominique Marchio

La climatisation dans les avions permet de veiller au bon confort des occupants, de : maintenir la température intérieure, de renouveler l'air intérieur, d'assurer le maintien hors gel des équipements sanitaires. Le problème posé porte sur le conditionnement d'air des avions au sol et de ses impacts environnementaux.

Dans un grand nombre d'aéroports, les « Auxiliary Power Unit » (APU) sont utilisés pour générer de l'électricité et assurer la climatisation. Le bruit peut atteindre jusqu'à 103 dB et les émissions de substances polluantes représentent plus de 30 tonnes de CO₂ par année pour un aéroport d'importance moyenne. Il existe des systèmes qui rendent l'utilisation de ces APU presque superflue et permettent une économie d'énergie d'au moins 90%.

Le projet consiste à estimer l'économie d'énergie réalisable en remplaçant l'APU par une climatisation décentralisée au sol.

L'APU est une turbine à gaz située sous l'empennage des avions et qui est utilisée avant le démarrage des réacteurs pour produire l'électricité et la climatisation de l'avion au sol (pré-conditionnement).

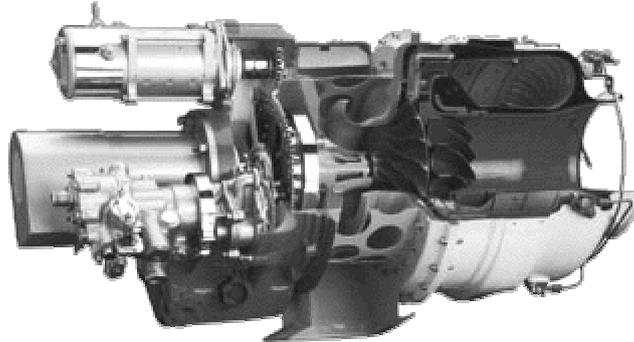


Figure 1. Extrait de www.bba-aviation.com/dallasairmotive/products/36apu.htm.

On cherche à répondre à la question : Est-ce qu'on peut vraiment économiser 90% d'économie d'énergie si on remplace les APU par une climatisation au sol ? Cela revient à *estimer la consommation de kérosène pour l'APU et la consommation de combustible pour la centrale de production d'eau glacée.*

1 - Questions posées

1 - Estimer les « charges thermiques » d'un gros porteur au sol, rempli de passagers.

Données du problème :

500 personnes à bord

Chaque personne dégage 110 W

Température intérieure $T_a = 20^\circ\text{C}$

On suppose que l'avion est un cylindre de diamètre 7 m et de longueur 57 m

Coefficient d'échange thermique (double tôle + isolant) : $0,3 \text{ W/m}^2$

Coefficient d'absorption de la carlingue : $\alpha = 0,5$

Coefficient d'échange convectif au sol $h = 20 \text{ W/(m}^2 \cdot ^\circ\text{C)}$

Flux solaire incident (soleil au zénith) : 750 W/m^2

Eclairage + équipement intérieur : 50 W/m^2

Interpréter les courbes fournies par le constructeur qui se présentent sous la forme donnée Figure 2 . En déduire **le débit et la température de soufflage.**

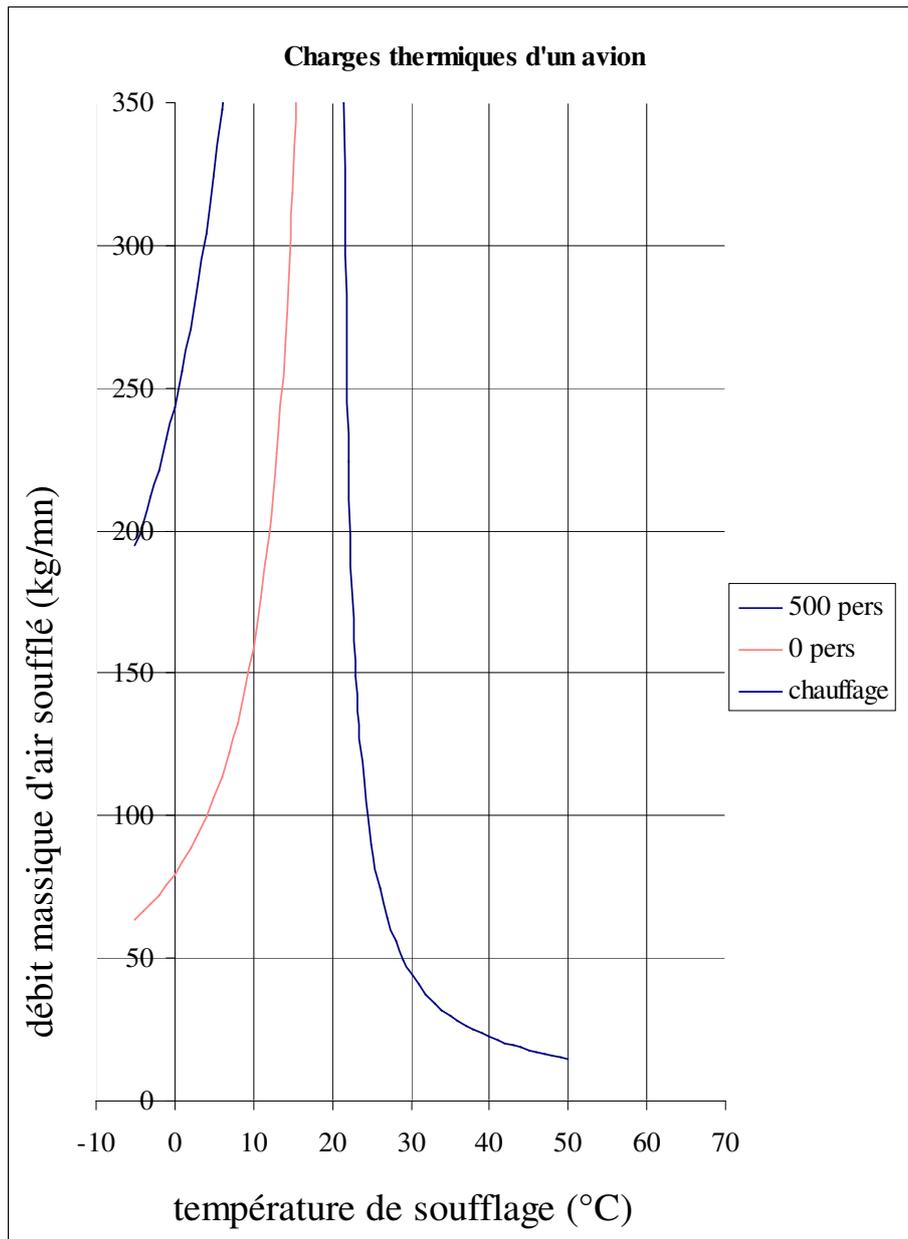


Figure 2. Courbe type fournie par les constructeurs d'avion

2 - Calculer le cycle de l'air point par point avec le logiciel Thermoptim.

Données pour le premier échangeur : efficacité 0,37

Pour le deuxième échangeur : déterminer l'efficacité pour avoir la température de sortie turbine égale à la température de soufflage.

On discutera de la manière dont on pourrait équilibrer le travail fourni par la turbine réfrigérante et le travail de compression.

Déduire la **consommation de kérosène** (en kWh) pour une heure de fonctionnement.

3 - Solution climatisation au sol par groupe mobile

Cette solution permet d'éviter l'utilisation des systèmes de l'avion, c'est à dire l'A.P.U. Pour la remplacer, on peut utiliser des groupes mobiles, adaptables à différents types d'avions et disponibles sur les aéroports ; dans d'autres cas, les unités sont intégrées aux passerelles ; enfin sur certains aéroports des réseaux de gaines sont enfouis dans le sol et on peut raccorder un flexible sur des puits de sortie pour alimenter un avion. Ces équipements externes sont des **A.C.U (Air Conditioning Unit)** et sont susceptibles de fournir à l'avion de l'air conditionné (fonction climatisation, que l'on étudie ici, mais aussi fonction chauffage si les déperditions le nécessitent en hiver).

Le système est le suivant : un moteur diesel fait fonctionner un groupe frigorifique, produisant de l'eau glacée pour alimenter une batterie de refroidissement d'air, placée en centrale. Le compresseur frigorifique est entraîné par un moteur diesel. La compression du fluide frigorigène n'est pas isentropique, son rendement est $\eta_{is} = 0,9$.

Le fluide frigorigène, alors à l'état gazeux, va se condenser par échange avec l'air extérieur. Le fluide fournit à l'air la chaleur dégagée par son changement d'état. Cette transformation se fait à pression constante. A l'état liquide, il subit une détente. Enfin, à l'évaporateur, le fluide frigorigène prend la chaleur nécessaire à son changement d'état à l'eau du circuit d'eau glacée, ce qui permet de la refroidir.

Tout d'abord , on estimera le **débit de soufflage**. Puis on déduira la **consommation du groupe frigorifique** à partir du coefficient de performance du cycle (que l'on tracera). On en déduira la **consommation de combustible** par le rendement du moteur Diesel.

4 - Comparaison des solutions

Les trois schémas (figures 1 à 3) correspondent aux trois modes de fonctionnement, le fonctionnement en vol est donné pour mémoire :

Le cycle consiste à prélever de l'air comprimé au niveau du compresseur du turbo réacteur. Le taux de compression est de 9. L'air extérieur en altitude standard (10 000 m) est de 0,264 bars ; à cette altitude, sa température est de $- 50^{\circ}\text{C}$. L'air est comprimé à une pression de 2,37 bars et s'échauffe fortement. Il est refroidi par un simple échange avec l'air extérieur. Ensuite, l'air est détendu ce qui abaisse sa température. Après réchauffage final, il est soufflé dans la cabine **pressurisée** à une pression de 0,72 bars (équivalent de 2600 m). Le débit d'air soufflé correspond au respect des besoins hygiéniques (30 m³/h par personne).

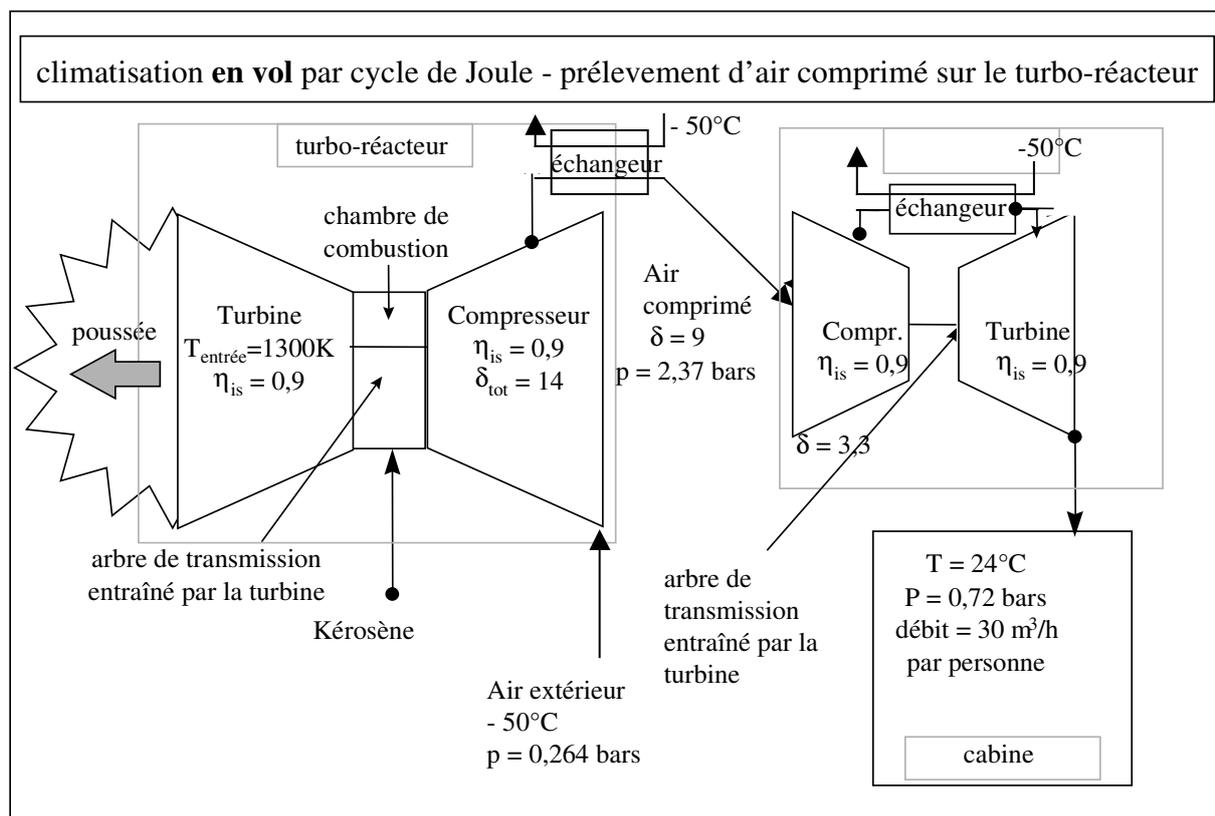


Figure 3. Climatisation en vol par cycle de Joule avec prélèvement d'air comprimé sur le turbo-réacteur

L'APU remplace le turbo réacteur ; c'est une turbine à gaz qui sert à la compression de l'air. Ses autres fonctions sont de produire l'électricité nécessaire (400 Hz) à l'avion au sol et de produire de l'air comprimé qui servira au lancement des réacteurs. L'air est cette fois prélevé avec un taux de compression de 3 (donc à 3 bars environ ; ainsi la turbine de climatisation est alimentée dans des conditions de pression proches de celle du vol). Ensuite, le cycle est identique - l'échangeur de refroidissement nécessite un ventilateur et la pression dans la cabine est de 1 bar.). Le débit d'air soufflé correspond au respect des besoins hygiéniques (30 m³/h par personne).

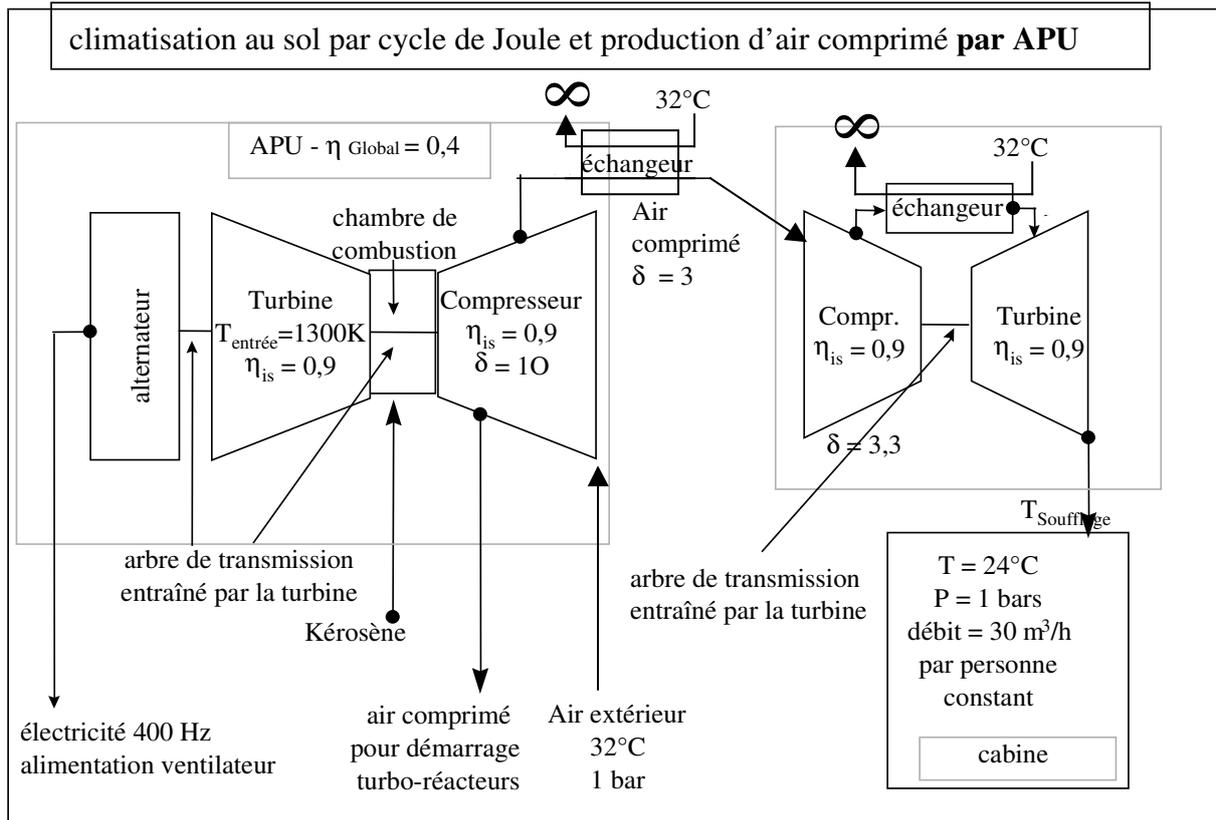


Figure 4. Climatisation au sol par cycle de Joule avec production d'air comprimé par APU

Cette solution évite le fonctionnement de l'APU au sol nécessite aussi qu'on raccorde électriquement l'avion à une borne d'alimentation). Dans cette dernière solution, on dispose d'une production d'électricité par moteur Diesel. Et d'un groupe refroidisseur d'eau qui permet d'alimenter un échangeur eau / air installé dans une centrale de traitement d'air. Contrairement aux cas précédents, ce n'est pas la contrainte hygiénique qui fixe le débit d'air mais le niveau de température de soufflage. Celle ci ne peut être pour des raisons technologiques inférieure à 15 °C.

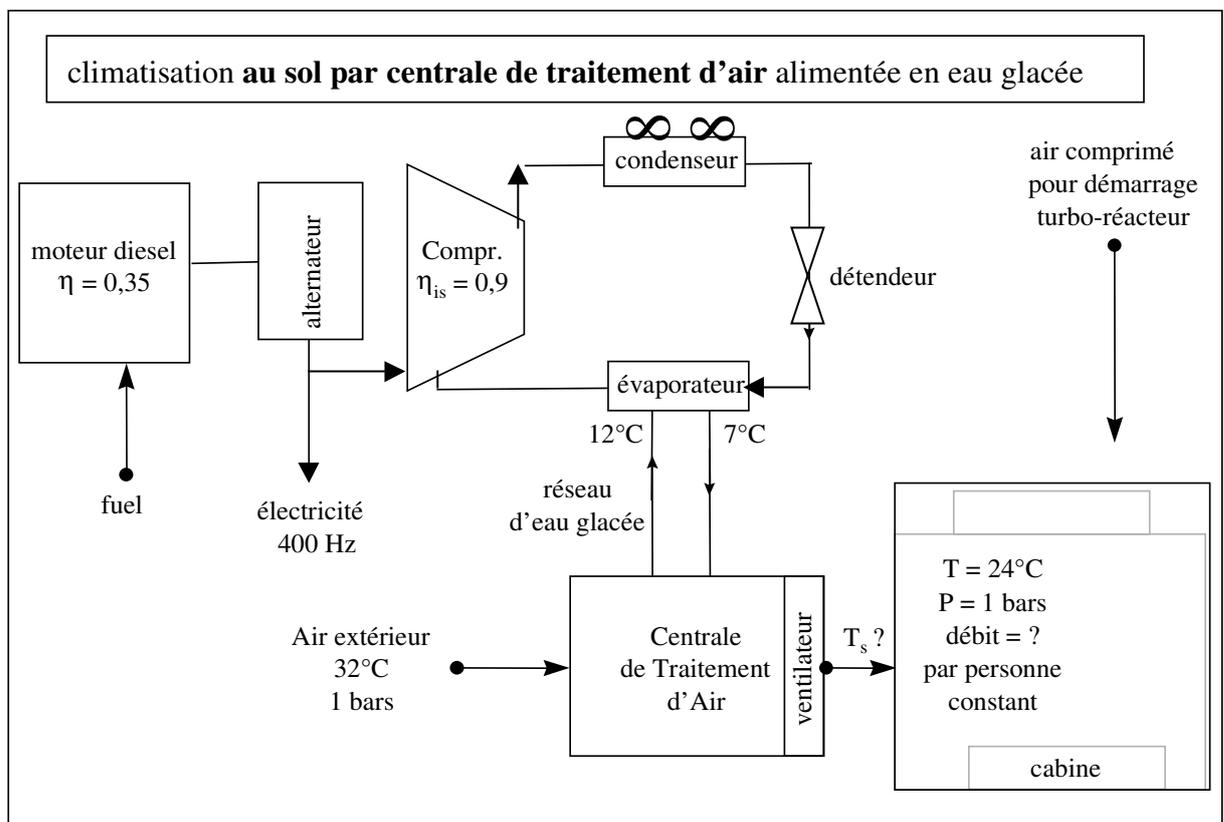


Figure 5. Climatisation décentralisée au sol par centrale de traitement d'air alimentée en eau glacée

2 - Bilan énergétique de la climatisation de l'avion

On ne contrôle pas l'humidité. Celle-ci est assurée par les occupants eux-mêmes hydratés par la consommation de boissons (d'ailleurs, l'humidité descend très rarement en dessous de 30%).

1 - Estimation des charges thermiques d'été

On se place dans le cas le plus défavorable, c'est à dire : en pleine occupation ; avec un flux solaire maximum ; avec tous les éclairages et les équipements intérieurs en marche ; avec une température extérieure maximale de 32°C.

Cette situation sera rare mais les équipements dimensionnés doivent être capables de répondre à cette possible demande de froid.

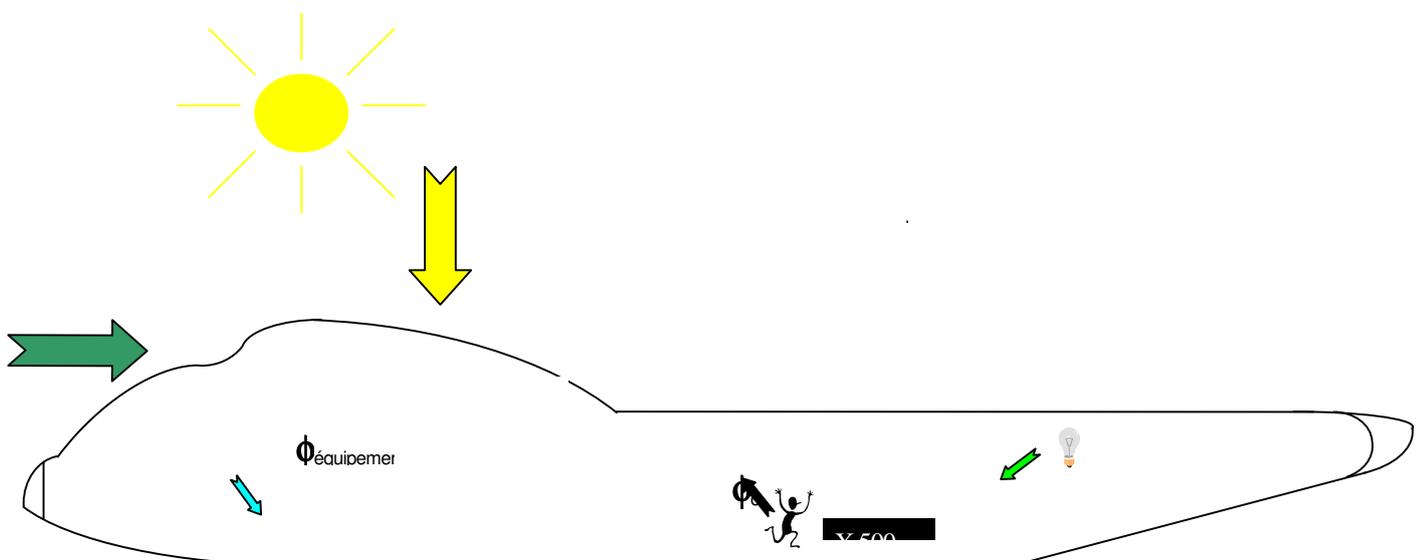


Figure 6. Schéma des apports intervenant dans le bilan

Calcul des charges internes

• occupation :

$$\phi_{occ} = \phi_{occ} \times \text{nombre d'occupants} = 110 \times 500 = 55\,000 \text{ W}$$

• éclairage et équipements intérieurs :

$$\phi_{équipements} = \phi_{équipements} \times S_{sol} = 400 \times 50 = 20\,000 \text{ W}$$

• bilan des charges internes :

$$\phi_{internes} = \phi_{équipements} + \phi_{occupation} = 20\,000 + 55\,000 = 75\,000 \text{ W}$$

Calcul des charges externes

- **transmission à travers les parois de l'avion :**

$$\phi_{\text{parois}} = K \cdot S_{\text{péri}} \cdot (T_e - T_a) = 0,3 \times 1253 \times (32 - 20) = 4\,510 \text{ W}$$

- **apports solaires (soleil au zénith) :**

$$\Phi_{\text{sol}} = \alpha \cdot \Phi_s \cdot S_{\text{sol}} \cdot \frac{K}{h} = 0,5 \cdot 540 \cdot 750 \cdot (0,3/20) = 2\,244 \text{ W}$$

- **bilan des charges externes :**

$$\begin{aligned} \phi_{\text{externes}} &= \phi_{\text{parois}} + \phi_{\text{solaire}} \\ &= 4510 + 2244 = 6\,774 \text{ W} \end{aligned}$$

- **bilan des charges totales :**

$$\Phi_{\text{tot}} = \Phi_{\text{internes}} + \Phi_{\text{externes}} = 75 + 6,8 = \mathbf{81,8 \text{ kW}}$$

2 - Etude des courbes fournies

Pour chaque type d'avion, les constructeurs ont tracé des courbes (pour différents apports internes dus aux appareillages à l'occupation et à l'éclairage) faisant correspondre des températures de soufflage à des débits de soufflage. Ces courbes permettent des dimensionnements rapides, sans avoir à faire de calcul des charges.

On écrit : $\Phi_{\text{tot}} = \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_a - T_s)$

\dot{m} débit massique d'air soufflé	[kg/s]
c_p chaleur massique de l'air	[J/kg.°C]
T_s température de soufflage	[°C]

Les courbes ont donc pour équation : $\dot{m} = \frac{\Phi_{\text{tot}}}{c_p \cdot (T_a - T_s)}$

ce qui explique la forme hyperbolique des courbes fournies par le constructeur. On constate aussi que les courbes « chauffage » et « climatisation » sont bien symétriques par rapport à la température de consigne de 20 °C. En effet, elles seront identiques au signe près de $(T_a - T_s)$, si on considère le cas d'inoccupation.

3 - Détermination du débit et de la température de soufflage

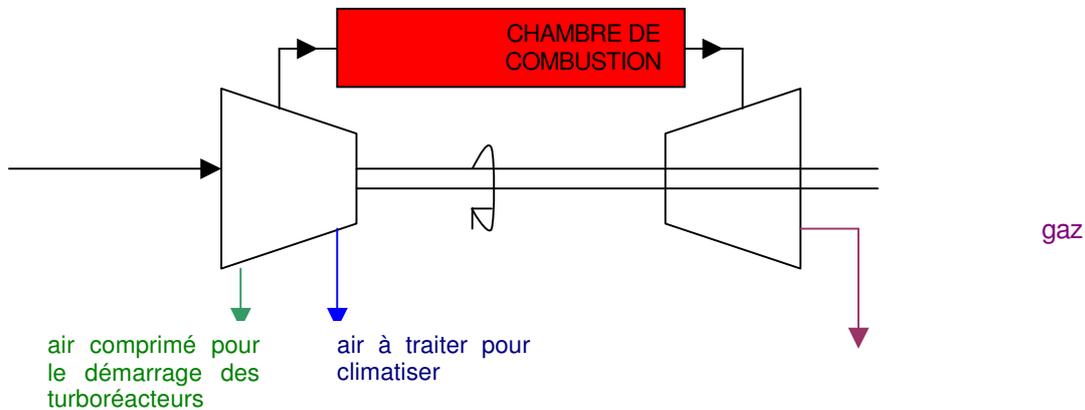
*Le débit de soufflage correspond au débit hygiénique nécessaire, c'est à dire 30 m³/h.personne : 30*500 = 15 000 m³/h. Le débit massique de soufflage ($\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$) est de 5 kg/s. On en déduit la température de soufflage nécessaire pour combattre les charges :*

$$T_s = T_a - \frac{\Phi_{\text{tot}}}{\dot{m} \cdot c_p} = 20 - \frac{81800}{5 \cdot 1007} = 3,8^\circ\text{C} = 277\text{ K}$$

Avec ces hypothèses, on peut tracer les courbes pour 3 scénarios : celui répertorié ci dessus, le même mais sans occupants, enfin un scénario sans aucune charge et avec une température extérieure de 0°C. On obtient les courbes données par le constructeur.

4 - Cycle de Joule au sol

Le cycle consiste à utiliser l'APU pour comprimer de l'air extérieur ($T_e = 32\text{ °C}$ (305 K), $p_e = 1\text{ bar}$) jusqu'à 10 bars pour entrainer une turbine à gaz (température d'entrée turbine – caractéristique de la machine – 1300 K). Un prélèvement d'air à 3 bars est réalisé, cet air comprimé chaud est refroidi par l'air extérieur à 32 °C.



Le cycle se compose donc de 3 transformations:

- ◆ compression adiabatique irréversible (rendement isentropique 0,9),
- ◆ combustion isobare (à haute pression p_2),
- ◆ détente adiabatique irréversible (rendement isentropique 0,9).

On prélève donc dans le compresseur un débit de 5 kg/s à pression $p_1 = 3\text{ bars}$ pour préparer l'air à souffler dans la cabine. Avec ThermoOptim, on définit le « corps » qui va subir les transformations. Il s'agit **d'air**. On indique aussi le débit d'air qui suit le cycle, $\dot{m} = 5\text{ kg/s}$. On définit le point d'entrée du cycle, air aspiré de l'extérieur, parfaitement déterminé puisqu'on connaît sa température et sa pression : $T_e = 32\text{ °C}$, $p_e = 1\text{ bar}$. Le logiciel calcule les autres caractéristiques de l'air en entrée, dont l'enthalpie massique : $h_e = 7,16\text{ kJ/kg}$. Cet air subit une compression dans le compresseur de l'A.P.U. Le logiciel peut alors calculer les propriétés de l'air à la sortie du compresseur :

transfo: compression APU type: compression < > Sauver

type énergie: payante débit imposé liens Supprimer Quitter

point amont: air ext afficher débit: 1 système fermé

Delta_H: 125,61 système ouvert Calculer

T: 305,15 isentropique polytropique

p: 1 r isentropique: 0,9

H: 7,17 coeff. polytropique: 0

titre: 0 rapport de pression (>= 1): calculé

point aval: air comprimé afficher 3 imposé

T: 429,58 Imposer le rendement et calculer la transfo

p: 3 Calculer le rendement, le point aval étant connu

H: 132,77

titre: 1

Figure 7. Ecran de calcul de la compression

L'air est ensuite **refroidi** à pression constante ($p_2 = p_1 = 3$ bars) jusqu'à T_2 . L'efficacité de l'échangeur est de 0,37 donc puisque l'échangeur est équi débit (5kg/s de part et d'autre) : $\frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_e} = 0,37$ Cette valeur permet de déterminer les conditions de sortie dans Thermoptim. Il faut pour cela créer un échangeur qui associe un refroidissement d'air chaud et un réchauffement de l'air extérieur. On obtient : $T_2 = 110,5^\circ\text{C} = 383,8$ K. Les autres grandeurs peuvent être lues sur l'écran relatif au point air refroidi : $h_2 = 86,3$ kJ/kg.

Echangeur de chaleur

nom: echangeur 1 type: contre-courant < > Sauver

liens Supprimer Quitter

Calculer

fluide chaud: refroidissement air cc afficher

Tce: 429,57978249 imposé calculé

Tcs: 383,8324208 imposé calculé

mc: 5 imposé calculé

Cpc: 1,01479076

DHc: 0

fluide froid: réchauffage air ext afficher

Tfe: 305,15 imposé calculé

Tfs: 374,08435902 imposé calculé

mf: 5 imposé calculé

Cpf: 1,0057684

DHf: 0

non contraint UA: 2,95894023 dimensionnement

pincement minimum R: 0,991109142 non nominal

efficacité imposée NUT: 0,588393954

epsilon: 0,37104374 DTML: 0

Figure 8. Ecran de calcul de l'échangeur de refroidissement

On entre alors dans la turbine réfrigérante. L'air est alors **recomprimé** avec un taux de compression $\delta = 3,3$; soit $p_3 = 9,9$ bars. Le logiciel peut alors calculer les propriétés de l'air à la sortie du compresseur.

Figure 9. Ecran de calcul de la recompression

L'énergie de compression est apportée par la turbine qui se trouve sur le même axe et qui détend l'air ; le débit étant fixé par le prélèvement au compresseur de l'APU. La puissance nécessaire à la compression est de 868 kW.

L'air est à nouveau **refroidi** à pression constante ($p_4 = p_3 = 9,9$ bars) jusqu'à T_4 . Par itérations, on détermine l'efficacité de l'échangeur pour avoir $3,8$ °C au soufflage, on trouve 0,278 donc :

$$\frac{T_3 - T_4}{T_3 - T_e} = 0,278 \quad \text{D'où } T_4 = 213,1 \text{ °C} = 486,3\text{K.}$$

nom type

fluide chaud

fluide froid

Tce	<input type="text" value="553,11532021"/>	<input checked="" type="checkbox"/> imposé <input type="checkbox"/> calculé	Tfe	<input type="text" value="305,15"/>	<input checked="" type="checkbox"/> imposé <input type="checkbox"/> calculé
Tcs	<input type="text" value="486,31178829"/>	<input type="checkbox"/> imposé <input checked="" type="checkbox"/> calculé	Tfs	<input type="text" value="374,08435902"/>	<input type="checkbox"/> imposé <input checked="" type="checkbox"/> calculé
mc	<input type="text" value="5"/>	<input checked="" type="checkbox"/> imposé <input type="checkbox"/> calculé	mf	<input type="text" value="5"/>	<input checked="" type="checkbox"/> imposé <input type="checkbox"/> calculé
Cpc	<input type="text" value="1,0365919"/>		Cpf	<input type="text" value="1,0057684"/>	
DHc	<input type="text" value="0"/>		DHf	<input type="text" value="0"/>	

non contraint
 pincement minimum
 efficacité imposée

epsilon

UA	<input type="text" value="1,92250969"/>	<input checked="" type="checkbox"/> dimensionnement
R	<input type="text" value="0,970264577"/>	<input type="checkbox"/> non nominal
NUT	<input type="text" value="0,382296698"/>	
DTML	<input type="text" value="0"/>	

Figure 10. Ecran de calcul de l'échangeur de refroidissement

Enfin, l'air est **détendu** dans la turbine réfrigérante jusqu'à la pression dans la cabine (au sol il s'agit de la pression atmosphérique) $p_5 = 1$ bar pour être distribué :

transfo type

type énergie débit imposé

débit

système fermé
 système ouvert

point amont Delta_H

T	<input type="text" value="486,31"/>	<input checked="" type="checkbox"/> isentropique	<input type="checkbox"/> polytropique
p	<input type="text" value="9,9"/>		
H	<input type="text" value="190,87"/>		
titre	<input type="text" value="0"/>		

point aval

T	<input type="text" value="276,93"/>	r isentropique	<input type="text" value="0,9"/>
p	<input type="text" value="1"/>	coeff. polytropique	<input type="text" value="0"/>
H	<input type="text" value="-21,11"/>	rapport de pression (>= 1)	<input type="text" value="9,9"/>
titre	<input type="text" value="1"/>	<input type="checkbox"/> calculé <input type="checkbox"/> imposé	

Imposer le rendement et calculer la transfo
Calculer le rendement, le point aval étant connu

Figure 11. Ecran de calcul de la turbine

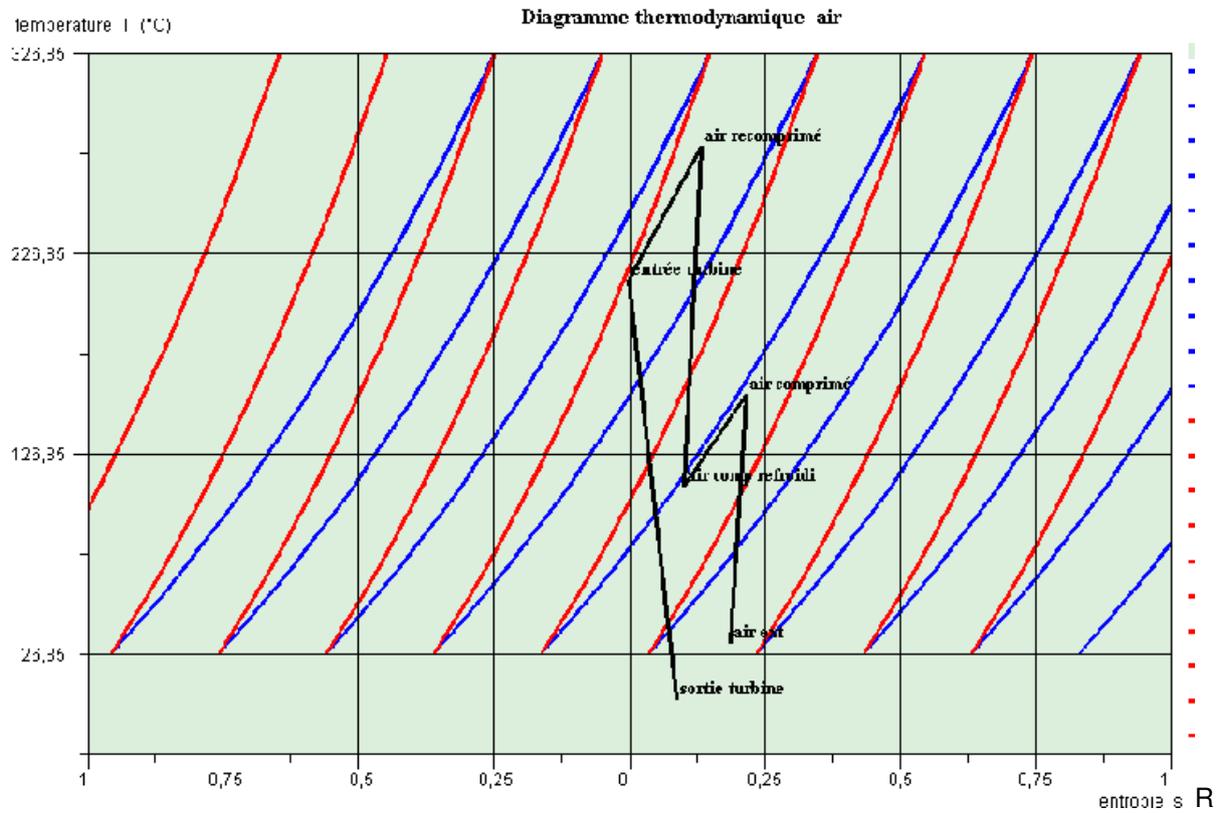


Figure 12. Représentation du circuit complet de l'air dans un diagramme (T,s)

	débit kg/s	température °C	Pression bar	enthalpie kJ/kg
point e	5	32	1	7,16
point 1	5	156,4	3	132,8
point 2	5	110,6	3	86,3
point 3	5	279,9	9,9	260,1
point 4	5	213,1	9,9	190,9
point 5	5	3,8	1	-21,1

6 POINTS			
nom du point	corps	p (bar)	T (K)
air ext	air	1	305,15
air comprimé	air	3	429,57978
air comp refroidi	air	3	383,83242
air recomprimé	air	9,9	553,11532
entrée turbine	air	9,9	486,31179
sortie turbine	air	1	276,92676

En fait, il faut équilibrer les travaux de détente et de compression sur la turbine réfrigérante (auto équilibrage par l'arbre de transmission). Au compresseur (2-3), on trouve 868 kW et à la turbine (4-5) 1060 kW. La différence est donc faible et le résultat trouvé acceptable en première approximation. L'ajustement peut se faire par le taux de compression que nous avons pris égal à 3.3. Il faut donc itérer et on équilibre les 2 travaux avec un taux de compression de 3,6.

5 - Bilan énergétique du cycle de Joule au sol

Le seul travail réellement payant est celui du compresseur de la turbine à gaz. Il peut être évalué à :

$$W = \dot{m} \Delta h = 5 * 125.6 = 628,2 \text{ kW}$$

Ce travail produit par l'APU implique une consommation de kérosène que nous évaluons simplement (en réalité, il faudrait calculer le cycle de l'APU avec et sans prélèvement d'air à 3 bars et obtenir la consommation par différence). Nous utilisons donc simplement le rendement global de l'APU : 0,4. La puissance thermique de l'APU est donc :

$$Q = 628,2/0,4 = 1570 \text{ kW}$$

Soit 1570 kWh en une heure d'utilisation, soit environ 140 litres de kérosène – 40 000kJ/kg). En vol la consommation moyenne d'un tel avion est de 14 400 litres de kérosène par heure. La consommation due à la climatisation au sol est donc de l'ordre de 1%.

6 - Cycle de climatisation au sol par centrale de traitement d'air

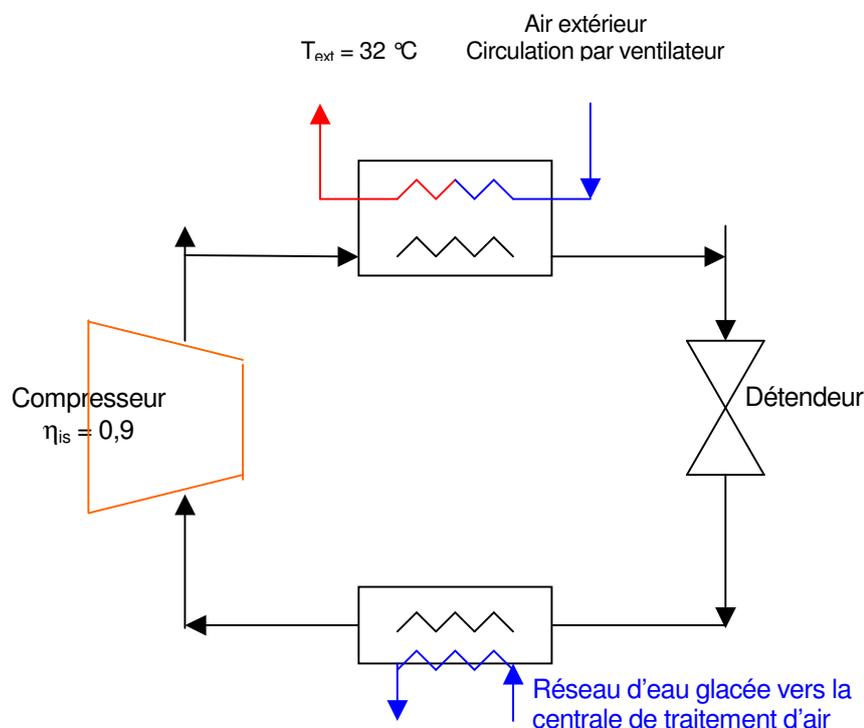


Figure 13. Schéma du Groupe frigorifique

L'évaporateur permet donc l'alimentation de la centrale de traitement d'air en eau glacée. On pourra ainsi refroidir l'air prélevé à l'extérieur pour le souffler en cabine à la température de soufflage souhaitée, au débit de soufflage correspondant. Compte tenu de la section des circuits (conçus pour la climatisation en vol), il faut prévoir un ventilateur capable de fournir 10 kPa de surpression. Ce n'est donc pas une centrale standard. L'air en sortie de la centrale est introduit dans l'avion via une buse de raccordement qui vient se fixer sous l'avion.

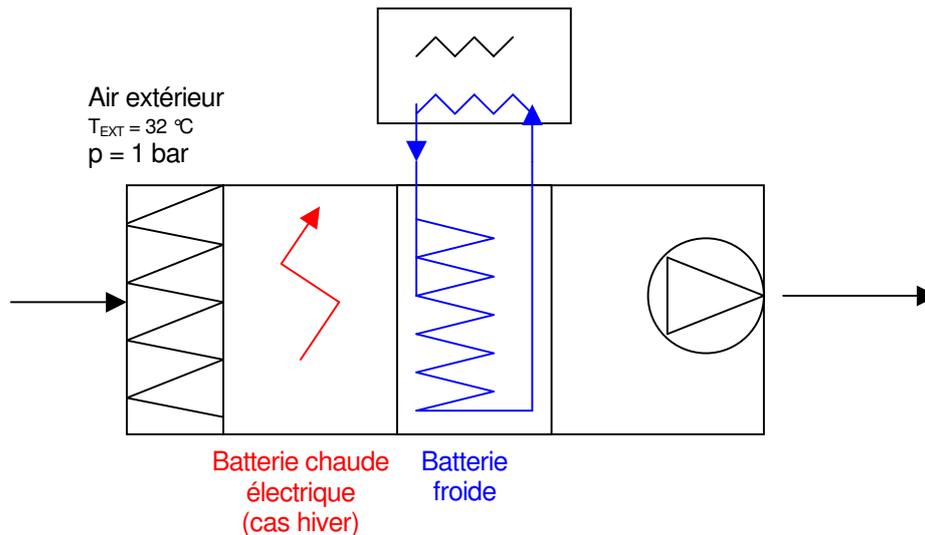


Figure 14. Schéma de la centrale de traitement d'air

En hiver, on aura besoin de réchauffer l'air soufflé dans certains cas d'occupation. Pour cela, on peut utiliser une batterie chaude électrique.

Calcul des conditions de soufflage

On va tout d'abord déterminer le débit d'air à souffler. Il faut conserver la température de soufflage de 3,8°C bien qu'elle soit très basse car les réseaux d'air intérieurs à l'avion sont dimensionnés pour des débits faibles.

$$\Phi_{tot} = \dot{m} \cdot c_{p,air} \cdot (T_a - T_s) = 81,8 \text{ kW (en fait 86 kW car il faut annuler l'apport de chaleur du ventilateur estimé à 4,2 kW)}.$$

$$\text{On trouve donc } 86\,000 = \dot{m} \cdot 1007 \cdot (20 - 3,8)$$

$$\text{Soit } \dot{m} = 5,3 \text{ kg/s}$$

$$P_f = 5,3 \cdot 1007 \cdot (32 - 3,8) = \mathbf{150 \text{ kW}}$$

Calcul de la consommation de combustible

Le coefficient de performance du groupe frigorifique étudié est de 3, il s'écrit :

$$\text{COP} = \frac{P_f}{W_{\text{comp}}} = \frac{150}{3} = 50 \text{ kW}$$

Bilan de puissance du moteur Diesel:

$W_{\text{comp}} = 50 \text{ kW}$. Il faut y ajouter les 4,2 kW du ventilateur donc une puissance de 54 kW. Cette puissance est produite par un moteur Diesel de rendement supposé 0,4. La puissance en énergie primaire (fuel consommé par le moteur) est donc

$$Q = 54/0,4 = \mathbf{135 \text{ kW}}$$

Si on compare les 2 systèmes, on a donc une économie avec le second de $1560 - 135 = 1425 \text{ kW}$; soit encore en pourcentage

$$1425/1560 = \mathbf{91 \%}$$

Etude de cas

2

Cycles à énergie totale en laiterie (Thermoptim)

Christian Suzanne

Le principe de la fourniture simultanée d'énergie mécanique et d'énergie thermique est appelé cogénération. Elle est développée pour des industries qui désirent à la fois produire de l'électricité pour l'alimentation des machines et de la chaleur pour le chauffage des locaux ou pour des industries qui consomment beaucoup de vapeur d'eau (industries alimentaires).

On définit l'efficacité de l'installation (coefficient de répartition de l'énergie) par :

$$\Phi = \frac{|Q_p|}{|W_p|} \quad |Q_p| \quad \text{Énergie thermique produite,} \quad |W_p| \quad \text{énergie mécanique produite}$$

Dans une usine de produits laitiers, on a besoin de produire :

- de l'électricité à partir d'une turbine à vapeur
- de la vapeur (\dot{m}_b) à 120°C sous une pression suffisante de 1,40 bars pour éviter d'avoir de la condensation dans les conduites calorifugées qui transportent la vapeur à l'utilisateur.

Le but de cette étude est de comparer deux cycles à énergie totale. Pour les deux cas ces cycles comportent :

- 1 Générateur de vapeur **GV** (bouilleur et surchauffeur) qui produit de la vapeur d'eau surchauffée \dot{m}_v à la pression de 30 bars et à une température de 400°C. L'énergie thermique Q_g provient d'une chaudière alimentée en gaz naturel.
- 1 Turbine à vapeur **TV** : comme il n'est pas réaliste de changer en permanence le taux de détente (τ) de la turbine, celui-ci sera maintenu constant. On admettra que le rendement de l'alternateur et du réducteur mécanique est de 78 %.

On négligera la dissipation d'énergie sauf dans les vannes. On négligera également les variations d'énergie cinétique et d'énergie potentielle. On suppose que les conduites et les divers éléments sont calorifugés.

1 - Questions posées

1 - Cycle 1 – avec échangeur produisant de la vapeur surchauffée

Un débit masse \dot{m}_s de vapeur est prélevé en sortie de l'étage haute pression et sert à la production de vapeur à l'aide d'un échangeur à contre-courant qui admet en (a) de l'eau alimentaire à 15°C pour produire en (b) la vapeur d'eau surchauffée (1,4 bars, 120°C). L'eau à 15°C permet également de fixer la température du condenseur à 40°C environ.

Choisir la pression au point K pour que l'échangeur ne soit pas en dépression afin d'éviter les entrées d'air et pour permettre le réglage du débit de la vapeur prélevée. En raisonnant au niveau de cet échangeur montrer qu'il est possible d'évaluer l'enthalpie en J. On choisira les pincements de cet échangeur, par exemple $\Delta T_0 \approx 10^\circ\text{C}$ & $T_K \approx 40^\circ\text{C}$ (à commenter). A partir de la courbe de détente de la turbine déterminer la pression, la température et le titre en J. En déduire la perte de charge à la vanne V1. Que se passe-t-il quand on modifie le réglage de V1. On précisera sur le cycle, la position des pompes et vannes.

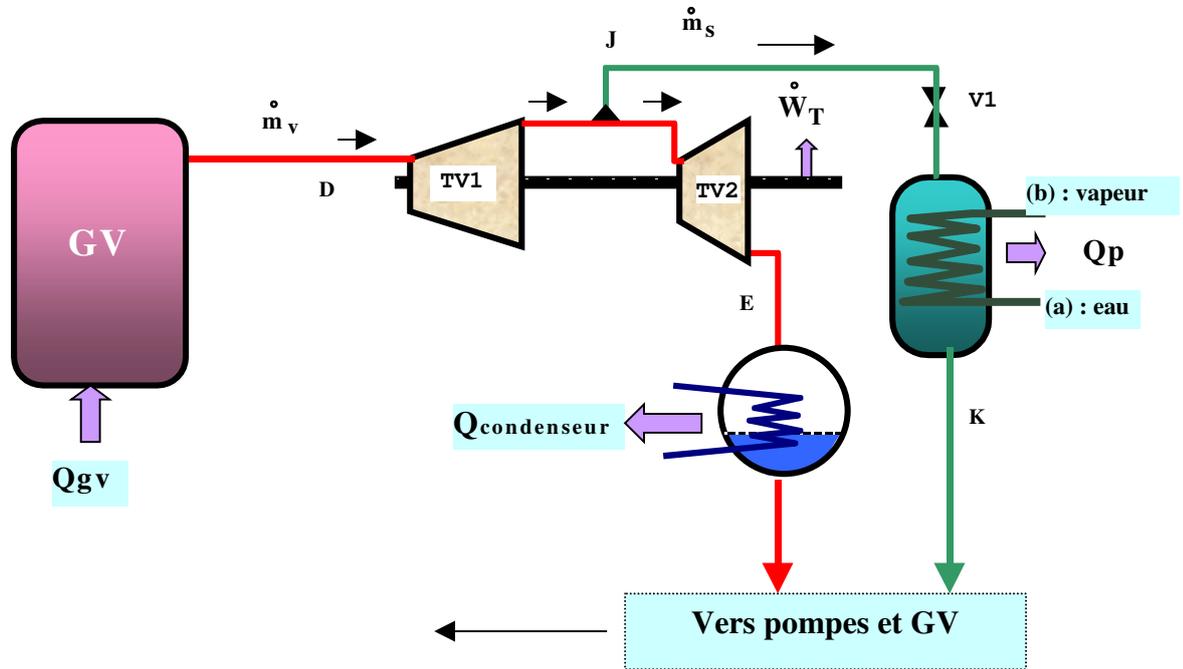


Figure 15. Schéma de la solution Cycle 1 avec échangeur

Donner l'expression de Φ en fonction de $\beta_1 = \frac{\dot{m}_s}{\dot{m}_v}$ et tracer $\Phi_1(\beta_1)$.

Examiner la flexibilité de ce cycle. Existe-il une valeur maximale et une valeur minimale de β_1 ? Pour les turbines on admet que les rendements isentropiques sont respectivement : $\eta_{T1} = 0,90$ et $\eta_{T2} = 0,85$ et pour les pompes de 0,80 environ.

2 - Cycle 2 – avec désurchauffeur

Ce cycle comporte:

- 1 condenseur qui est un échangeur de chaleur qui récupère la chaleur latente de condensation de la vapeur humide en sortie de turbine et transmet la chaleur extraite (Q_p) à l'eau alimentaire prise à 15°C pour produire de la vapeur d'eau surchauffée (1,4 bars). On choisira le pincement du condenseur.
- 1 Répartiteur de débit **R1** réglable qui dérive une partie \dot{m} de la vapeur surchauffée en sortie du **GV** vers un désurchauffeur puis vers le condenseur.
- 1 Répartiteur de débit **R2** réglable qui dérive une partie m_R de l'eau en sortie du condenseur vers le désurchauffeur.
- 1 Désurchauffeur **DS**. Il réalise le mélange de la vapeur dérivée avec l'eau en sortie du condenseur, le fluide en sortie est à l'état de vapeur (surchauffée ou humide)
- Pompes et vannes de réglage à positionner sur le cycle.

En admettant que la pression en entrée du désurchauffeur soit de l'ordre de 2 à 3 bars, **déterminer la pression en chaque point du cycle.**

Montrer par un bilan d'énergie et en négligeant le travail des pompes (à justifier) que q_p et le coefficient de répartition de l'énergie Φ_2 sont indépendants de m_R . Donner l'expression de Φ_2 en fonction de $\beta_2 = \frac{\dot{m}_s}{\dot{m}_v}$ et tracer $\Phi_2(\beta_2)$ pour $\beta_2 > 0,05$.

Examiner la flexibilité de ce cycle. Déterminer en particulier les valeurs maximales et minimales de Φ_2 .

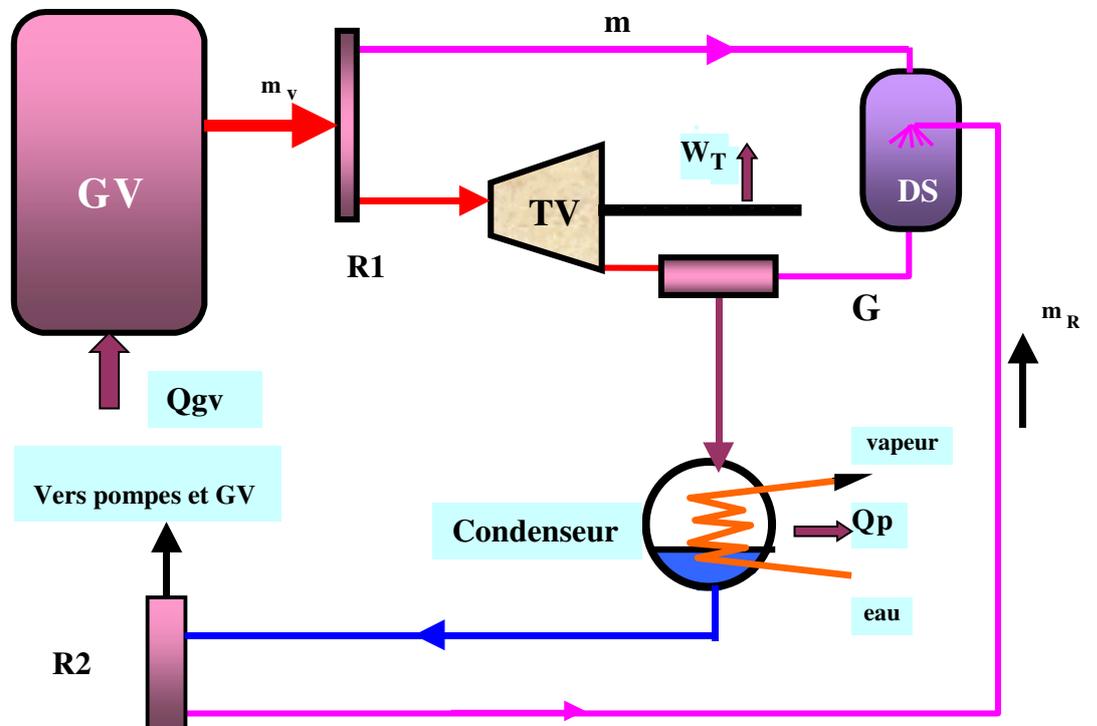


Figure 16. Schéma de la solution Cycle 2 avec désurchauffeur

Effectuer le bilan d'énergie dans **DS**. On pose : $\dot{m}_R = \alpha \dot{m}$. Tracer l'évolution de h_G , de x_G et de T_G en fonction de α . Déterminer la valeur minimale α_{Mim} pour que la vapeur en **G** reste saturée ($x_G = 1$). On prendra par la suite $\dot{m}_R = \alpha_{\text{Mim}} \dot{m}$

On prendra un rendement isentropique de 0,9 pour **TV**. On admettra que le fluide est à l'état de vapeur humide en sorties de la turbine et du désurchauffeur.

Préciser le rôle du désurchauffeur. Préciser l'état du fluide en tous points du cycle. Tracer le cycle dans le diagramme (T, s).

2 – Application au cas de 2 usines

Choisir le cycle approprié pour chacune des usines suivantes :

- Usine A : 750 kW électrique et 7,2 tonnes de vapeur par heure.
- Usine B : 1 000 kW électrique et 1,8 tonnes de vapeur par heure.

Calculer les deux cycles, les comparer et envisager éventuellement des modifications. Avant de calculer les cycles (Thermoptim) s'assurer que toutes les données nécessaires sont disponibles.

Etudier la combustion du gaz naturel au générateur de vapeur. La composition du gaz naturel est de 95% de méthane, 3% d'éthane et 2% de CO₂.

L'usine est approvisionnée en électricité et en gaz naturel, elle fonctionne 16 heures par jour. L'électricité est facturée 0,05 Euro/kWh et le gaz naturel, 0,012 Euro/kWh. Les excédents éventuels d'électricité peuvent être revendus à 0,055 Euro par kWh. **Evaluer les dépenses d'énergie**.

2 - Calcul des 2 Cycles à énergie totale

Déterminons tout d'abord les puissances mécaniques et thermiques des deux usines.

Usine A

Puissance mécanique : $\dot{W}_{pA} = 750 / 0,78 = 962 \text{ kW}$

Puissance thermique : $\dot{Q}_{pA} = 2 * (h_b - h_a) = 5298 \text{ kW}$; $h_b = 2712 \text{ kJ/kg}$ et $h_a = 63 \text{ kJ/kg}$

Coefficient de répartition d'énergie : $\Phi = 5,51$

Usine B

Puissance mécanique : $\dot{W}_{pA} = 1000 / 0,78 = 1282 \text{ kW}$

Puissance thermique : $\dot{Q}_{pA} = 0,5 * (h_b - h_a) = 1325 \text{ kW}$

Coefficient de répartition d'énergie : $\Phi = 1,03$

1 – Calcul du cycle 1

Le schéma du cycle peut être le suivant :

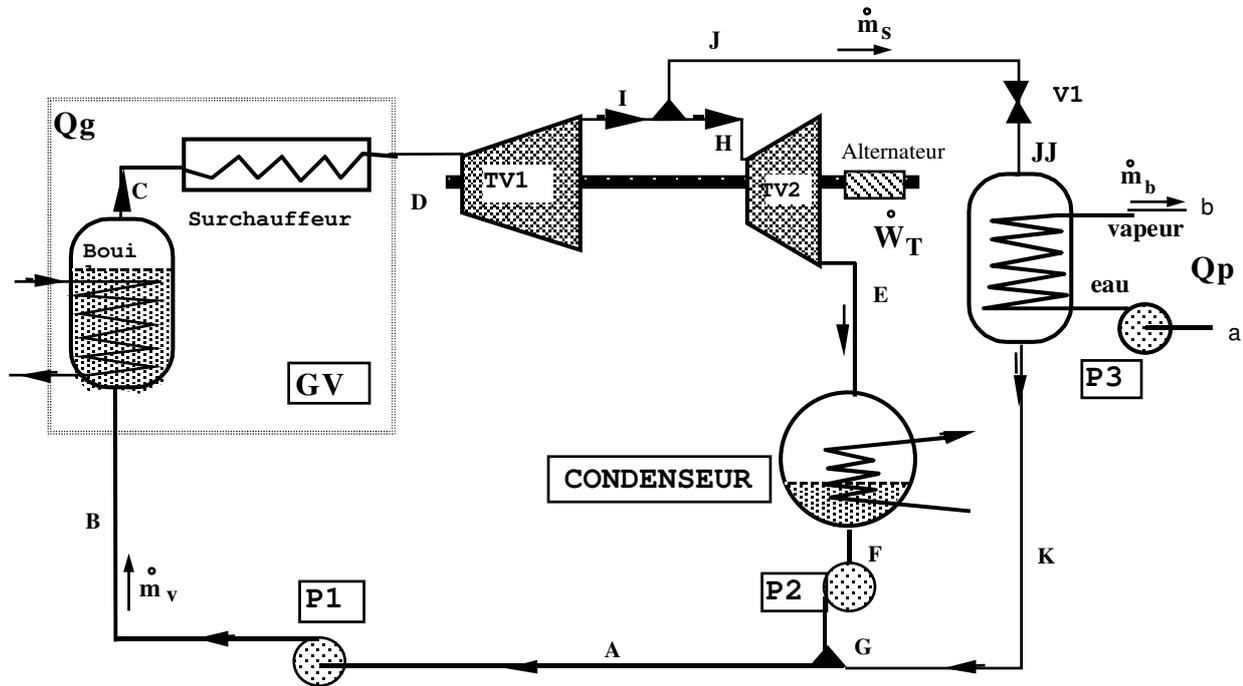


Figure 17. Schéma de la solution Cycle 1 avec échangeur

Il faut d'abord comprendre le fonctionnement de quelques éléments du cycle. La pompe P2 est nécessaire pour fixer la pression en G donc en K. Le taux de détente dans la turbine haute pression, une fois choisi, fixe la pression de soutirage. La vanne V1 admet donc toujours une perte de charge fixe et c'est le choix de cette vanne (a posteriori) qui permettra de pouvoir faire varier le débit de soutirage dans les limites désirées par l'exploitant. Par exemple si le besoin en vapeur diminue, l'action sur V1 permet de diminuer le débit de soutirage et pour débit masse \dot{m}_v constant la puissance mécanique augmentera (TV2).

Quel que soit le débit de soutirage le cycle produira toujours de l'énergie mécanique. La puissance minimale récoltée sur l'arbre des turbine sera minimale pour un débit de soutirage maximum et maximale sans soutirage. Dans ce dernier cas la production d'énergie thermique sera quasi nulle. La pompe P1 permet de mettre en pression l'eau en entrée du GV et de fixer la pression à l'entrée de la turbine HP.

Fonctionnement de l'échangeur

Pour fournir de la vapeur surchauffée à 120 °C et sous 1,4 bar, il est raisonnable de choisir une température de soutirage de l'ordre de 130 °C en entrée de l'échangeur. La température en sortie de l'échangeur peut être fixée à 40 °C (par exemple). La difficulté réside dans le choix de la pression de soutirage. Il faut que le long de l'échangeur la température du fluide chaud reste supérieure à celle du fluide froid. Puisqu'il y a changement de phase dans l'échangeur, il est

nécessaire pour garder un écart positif de température entre les fluides que la température du fluide chaud soit supérieure à la température d'ébullition de l'eau à 1,4 bar soit 110 °C environ. Le choix d'une pression en K de l'ordre de 2 bars (qui correspond à une température de saturation de l'ordre de 120 °C) assure un fonctionnement correct de l'échangeur. Cette pression sera fixée par la pompe **P2** et donc conduit au choix des caractéristiques de cette pompe.

Par calcul avec les tables de thermodynamiques ou à l'aide du logiciel THERMOPTIM, on peut calculer une partie du cycle entre le point D et le point K. Notons que à ce stade les débits masses ne sont pas représentatifs de l'étude, on trouve cependant que les débits masses des deux branches de l'échangeur sont proches ($\dot{m}_s \cong \dot{m}_a$)

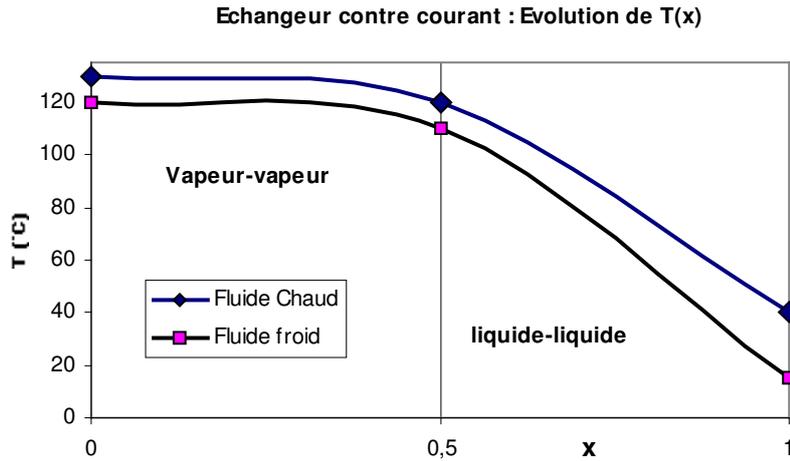


Figure 18. Température fonction du titre

Un des choix possibles est de maintenir une température de l'ordre de 130 °C en **JJ** de réaliser une détente isenthalpique dans la vanne, et ainsi de trouver à l'aide de la courbe de détente de la turbine la pression de soutirage.

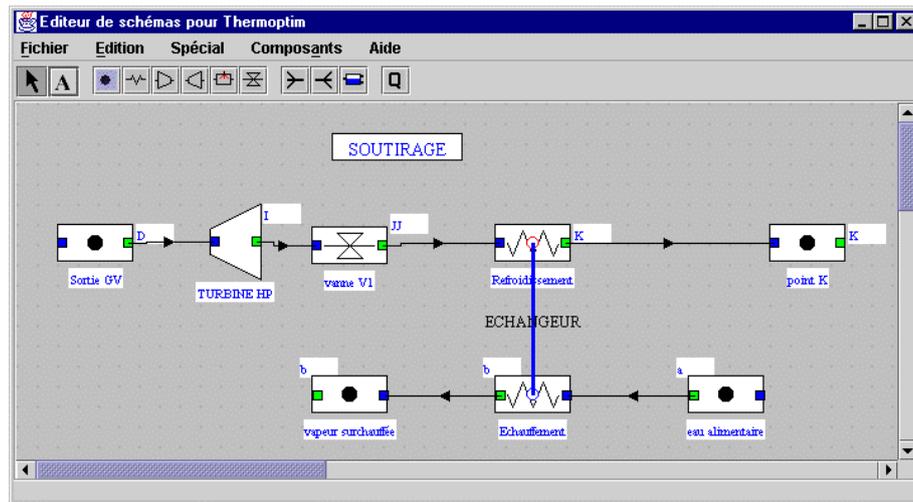


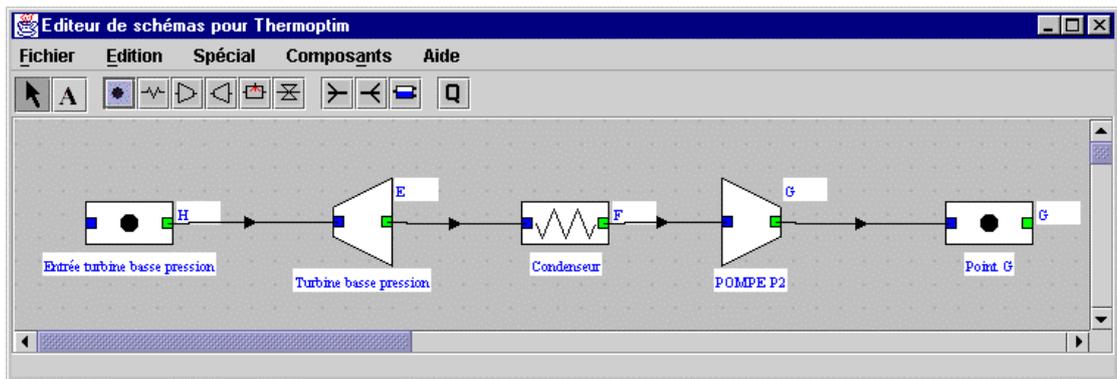
Figure 19. Calcul du soutirage

On trouve par exemple les résultats suivants

Points	T (K)	t (°C)	P (bar)	h (kJ/kg)	titre
I, J, H	407	133	2,6	2728	1
JJ	404	131	2	2728	1
K	313	40	2	168	0
D	673	400	30	3232	1
a	288	15	1,4	63	0
b	393	120	1,4	2712	1

Il est alors possible de déterminer la détente dans la seconde turbine puisque l'on connaît l'état thermodynamique en entrée de la turbine BP (point J) et en sortie (point E) puisque le condenseur réalise un équilibre entre phase à la température de 40°C soit une pression de vapeur de 0,0738 bar. On obtient ainsi :

POINTS	T (K)	t (°C)	P (bar)	titre	h (kJ/kg)
H	406,2	133	2,60	1	2727
E	313,1	40	0,0738	0,877	2279
F	313,2	40	0,0738	0	167,5
G	313,1	40	2,60	0	167,6



En faisant varier la pression de soutirage, on observerai que le titre en E varie peu puisque il évolue entre 0,876 et 0,879 entre 2 et 4 bars ; cependant la température en JJ est très sensible à cette pression (entre 120 et 164 °C).

Expression du coefficient de répartition d'énergie :

Puissance mécanique : $|\dot{W}_p| = \dot{m}_v (h_D - h_J) + (\dot{m}_v - \dot{m}_s)(h_J - h_E)$

Puissance thermique : $|\dot{Q}_p| = \dot{m}_s (h_J - h_K)$

$$\Phi = \frac{\beta(h_J - h_K)}{(h_D - h_J) + (1 - \beta)(h_J - h_E)} \quad \text{avec} \quad \beta = \frac{\dot{m}_s}{\dot{m}_v}$$

Avec les valeurs des enthalpies massiques ci-dessus, on déduit que seule l'usine A convient pour ce cycle, avec $\beta = 0,325$

Puisque: $\dot{Q}_p = 1325 \text{ kW}$ et $\dot{W}_p = 1282 \text{ kW}$,
 on déduit $\dot{m}_s = 0,52 \text{ kg/s}$ et $\dot{m}_v = 1,59 \text{ kg/s}$

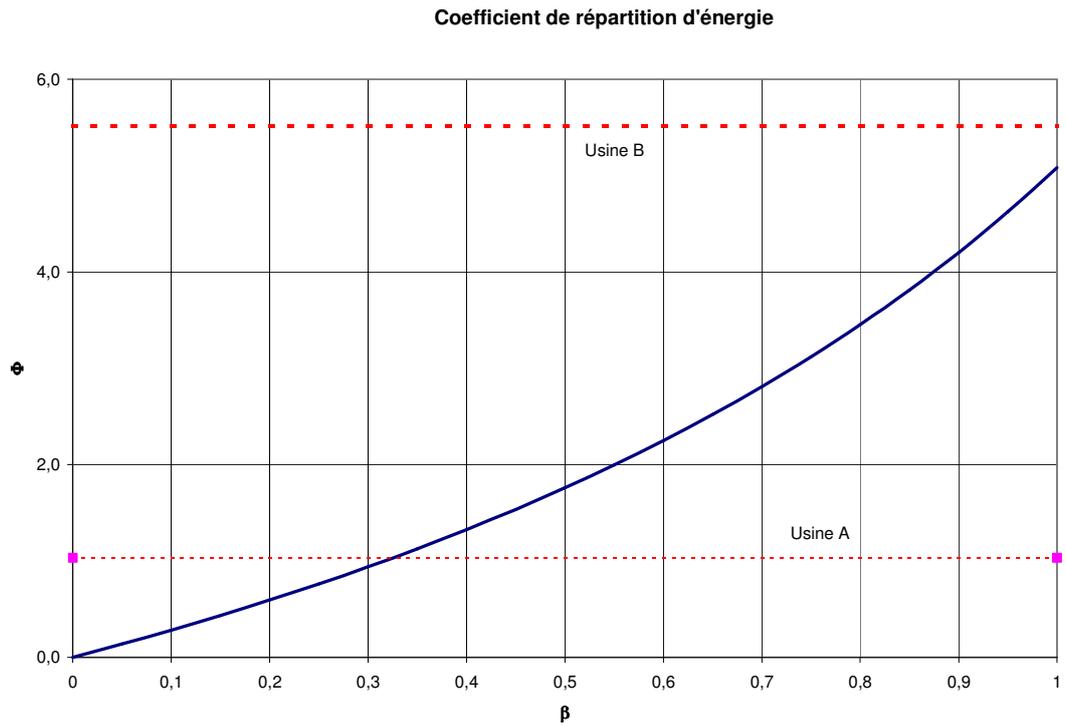


Figure 20. Faisabilité pour les usines A et B

On peut à présent calculer le cycle complet

Points	t (°C)	P (bar)	titre	h (kJ/kg)	s (kJ/kg/K)	v (m3/kg)
A	40	2,0	0	167,8	0,6	0,0010
B	40	30,0	0	171,7	0,6	0,0010
D	400	30,0	1	3 232,5	6,9	0,0993
E	40	0,1	0,878	2 279,6	7,3	17,1524
F	40	0,1	0	167,5	0,6	0,0010
G	40	2,0	0	167,9	0,6	0,0010
J	133	2,6	1	2 728,3	7,1	0,7017
JJ	131	2,0	1	2 728,3	7,2	0,9116
K	40	2,0	0	167,7	0,6	0,0010
a	15	1,4	0	63,1	0,2	0,0010
b	120	1,4	1	2 712,3	7,3	1,2740

2 – Calcul du cycle 2

La puissance thermique est récupérée au condenseur. Il résulte que le fonctionnement du condenseur diffère du cycle 1. Les conditions thermodynamiques au condenseur doivent être optimiser. Pour obtenir de la vapeur à 120°C, en **b** on peut admettre que la température d'équilibre doit être au moins de 125 °C en **H**. Cette température fixe alors la pression d'équilibre à 2,32 bar. En fait il est également possible, avec de l'eau à 15 °C, de continuer à refroidir l'eau à l'état liquide jusqu'à environ 40 °C en sortie du condenseur. Le taux de détente à la turbine est alors fixé (à une valeur bien plus faible que dans le cycle 1). Il est alors possible soit par calcul, soit avec un logiciel de trouver le titre en **E**. Remarquons cependant que le titre en **H** n'est pas connu.

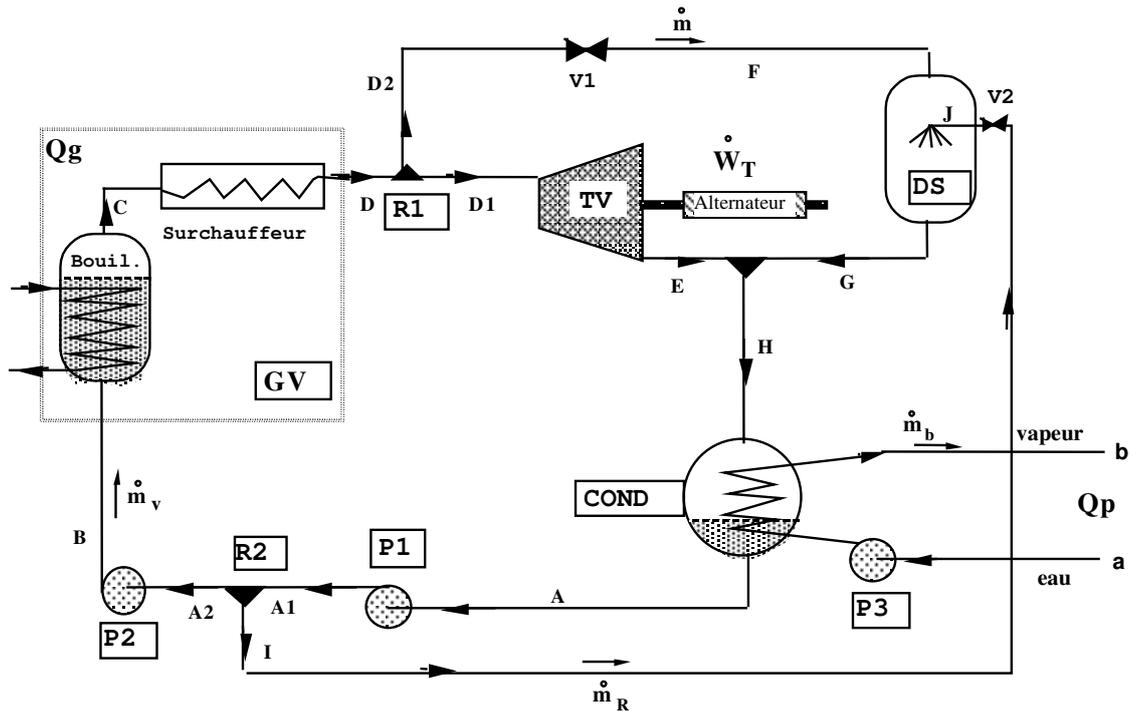


Figure 21. Schéma de la solution cycle 2 avec désurchauffe

Titre en **E** : par calcul

Rendement isentropique : $\eta_I = \frac{h_D - h_E}{h_D - h_{E'}}$ soit $h_E = \eta_I h_{E'} + (1 - \eta_I) h_D$, le point **E'** représente une détente isentropique dans la turbine.

Donc $s_D = s_{E'} = 6,925 = (1 - x_{E'}) s_{\text{liquide}}(125^\circ\text{C}) + x_{E'} s_{\text{vapeur}}(125^\circ\text{C})$ soit $x_{E'} = 0,972$ et

$h_{E'} = (1 - x_{E'}) h_{\text{liquide}}(125^\circ\text{C}) + x_{E'} h_{\text{vapeur}}(125^\circ\text{C}) = 2652,4 \text{ kJ/kg}$ et $h_E = 2710 \text{ kJ/kg}$,

on en déduit le titre en **E** :

$h_E = (1 - x_E) h_{\text{liquide}}(125^\circ\text{C}) + x_E h_{\text{vapeur}}(125^\circ\text{C}) = 2710 \text{ kJ/kg}$ soit $x_E = 0,9988$

On obtient la même valeur avec le logiciel THERMOPTIM.

Bilan dans le désurchauffeur

Le désurchauffeur est nécessaire pour diminuer l'enthalpie de la vapeur surchauffée soutirée en D. Le réglage du débit de recirculation au désurchauffeur donne plus flexibilité dans l'ajustement des conditions thermodynamiques au condenseur. On peut choisir par exemple d'obtenir de la vapeur humide saturée au point G, c'est à dire un titre égal à l'unité. Si on note :

$$\alpha = \frac{\dot{m}_R}{\dot{m}}, \text{ on peut trouver l'enthalpie en G.}$$

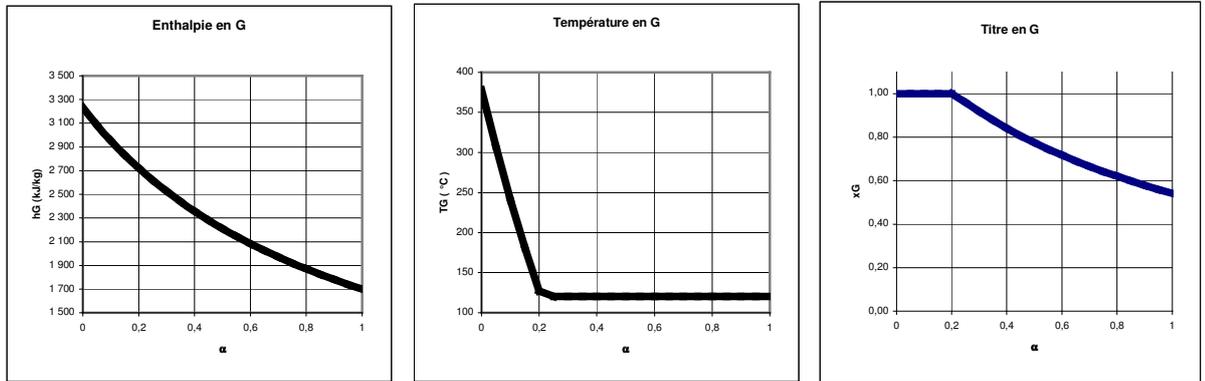


Figure 22. Evolution de l'enthalpie, de la température et du titre au point G

Notons que : $h_G = \frac{h_F + \alpha h_J}{1 + \alpha}$ avec $h_F = h_D = 3232 \text{ kJ/kg}$ et $h_J \cong h_A = 168 \text{ kJ/kg}$

Pour $x_G = 1; p_G = p_E = 2,32 \text{ bar}$, alors $h_G = h_{G\text{vapeur}} = 2713 \text{ kJ/kg}$ et $\alpha_{\min} = 0,204$

Pour $\alpha \leq \alpha_{\min}$ l'enthalpie de la vapeur surchauffée ne permet pas d'obtenir de la vapeur humide en H et le condenseur ne peut pas maintenir la pression constante.

Bilan global :

En négligeant le travail des pompes, on peut établir le bilan d'énergie entre B, D2 et B :

$$\dot{Q}_p = (\dot{m}_v - \dot{m})h_E + \dot{m}h_D - \dot{m}_v h_B \quad \text{avec } h_B \cong h_A$$

$$\dot{W}_p = (\dot{m}_v - \dot{m})(h_D - h_E)$$

$$\Phi = \frac{(h_E - h_B) + \beta_2(h_D - h_E)}{(1 - \beta_2)(h_D - h_E)} \quad \text{et} \quad \beta_2 = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_v}$$

On a tracé Figure 23 la variation de $\Phi(\beta_2)$. On en déduit que ce cycle ne correspond pas aux besoins de l'usine B. Pour l'usine A, la valeur $\beta_2 = 0,1$ convient pour $\Phi = 5,51$.

On remarque que la valeur minimale de Φ pour $\beta_2 = 0$ est $\Phi = 4,87$ et que pour $\beta_2 = 1$ le coefficient Φ tend vers l'infini. On déduit :

$$\dot{W}_p = 962 \text{ kW} ; \dot{Q}_p = 5298 \text{ kW} ; \dot{m}_v = 2,048 \text{ kg/s} , \dot{m} = 0,205 \text{ kg/s} \text{ et } \dot{m}_R = 0,042 \text{ kg/s}$$

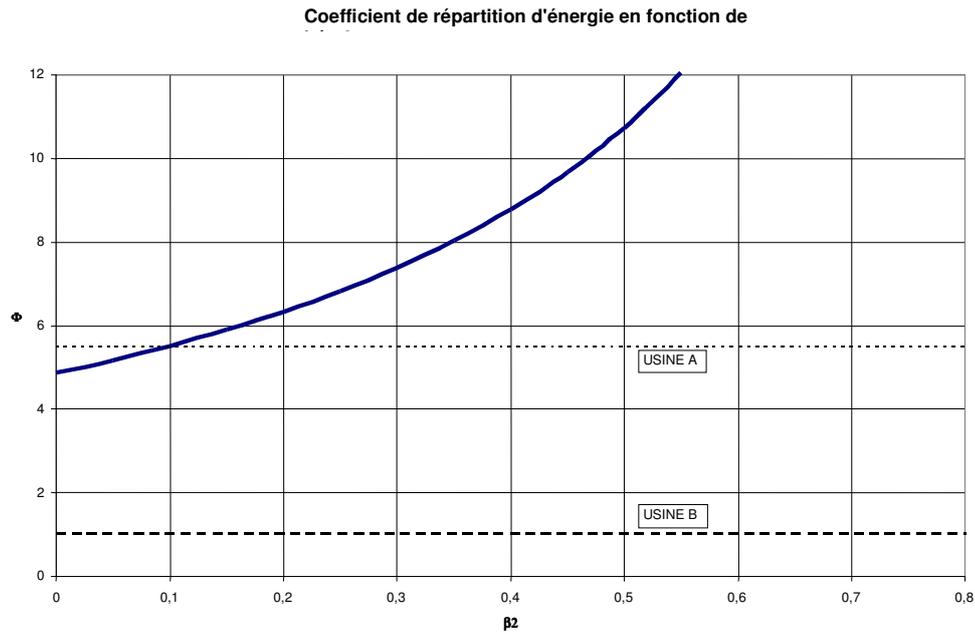


Figure 23. Evolution du coefficient de répartition d'énergie fonction de β_2

On peut à présent calculer le cycle complet. Les valeurs retenues aux principaux points du cycle sont résumées dans le tableau suivant :

Points	T (K)	t (°C)	P (bar)	titre	h (kJ/kg)	m (kg/s)
B	313,5	40,4	30,00	0,0000	172	2,048
D	673,2	400,0	30,00	1,0000	3 232	2,048
F	652,0	378,9	2,32	1,0000	3 232	0,205
E	398,1	125,0	2,32	0,9988	2 710	1,843
G	398,1	125,0	2,32	0,9992	2 711	0,247
H	398,1	125,0	2,32	0,9988	2 710	2,090
A	313,2	40,0	2,32	0,0000	168	2,090
A1	313,2	40,0	3,00	0,0000	168	2,090
I	313,2	40,0	3,00	0,0000	168	0,042
A2	313,2	40,0	3,00	0,0000	168	2,048

3 - Comparaison des cycles

Cycle 1 Usine B

$$\dot{Q}_p = 1325 \text{ kW} \text{ et } \dot{W}_p = 1282 \text{ kW} \text{ et } \Phi = 1,034,$$

soit une énergie totale produite :

$$\dot{Q}_p + \dot{W}_p = 2607 \text{ kW}$$

puissance mécanique des pompes :

$$\dot{W}_{pompes} = 6,6 \text{ kW} ;$$

Puissance thermique au générateur de vapeur :

$$\dot{Q}_{GV} = 4880 \text{ kW} ; \quad \dot{m}_v = 1,59 \text{ kg/s}$$

$$\text{Rendement du cycle} : \eta_1 = 0,534$$

Cycle 2 Usine A

$$\dot{W}_p = 962 \text{ kW} ; \dot{Q}_p = 5298 \text{ kW} \text{ et } \Phi = 5,51,$$

soit une énergie totale produite :

$$\dot{Q}_p + \dot{W}_p = 6260 \text{ kW}$$

puissance mécanique des pompes :

$$\dot{W}_{pompes} = 8,2 \text{ kW} ;$$

Puissance thermique au générateur de vapeur :

$$\dot{Q}_{GV} = 6268 \text{ kW} ; \dot{m}_v = 2,048 \text{ kg/s}$$

Rendement du cycle : $\eta_1 = 1$

Remarquons qu'il est possible de répondre aux besoins de production de vapeur de l'usine A avec le cycle 1, il suffit pour cela de diminuer le coefficient d'échange thermique en produisant plus d'énergie mécanique et fabriquer du courant que l'on peut revendre à EDF.

Pour l'usine B avec le cycle 2, il faudrait soit augmenter la puissance thermique, ce qui n'est pas envisageable, soit diminuer la puissance mécanique et acheter une partie de l'électricité à EDF, ce qui n'est pas une bonne solution de cogénération.

Cycle 1 Usine A, avec $\Phi = 2$

$$\dot{Q}_p = 5298 \text{ kW} \text{ et } \dot{W}_p = 2651 \text{ kW}$$

soit une énergie totale produite :

$$\dot{Q}_p + \dot{W}_p = 7948 \text{ kW}$$

puissance mécanique des pompes :

$$\dot{W}_{pompes} = 14,3 \text{ kW} ;$$

Puissance thermique au générateur de vapeur :

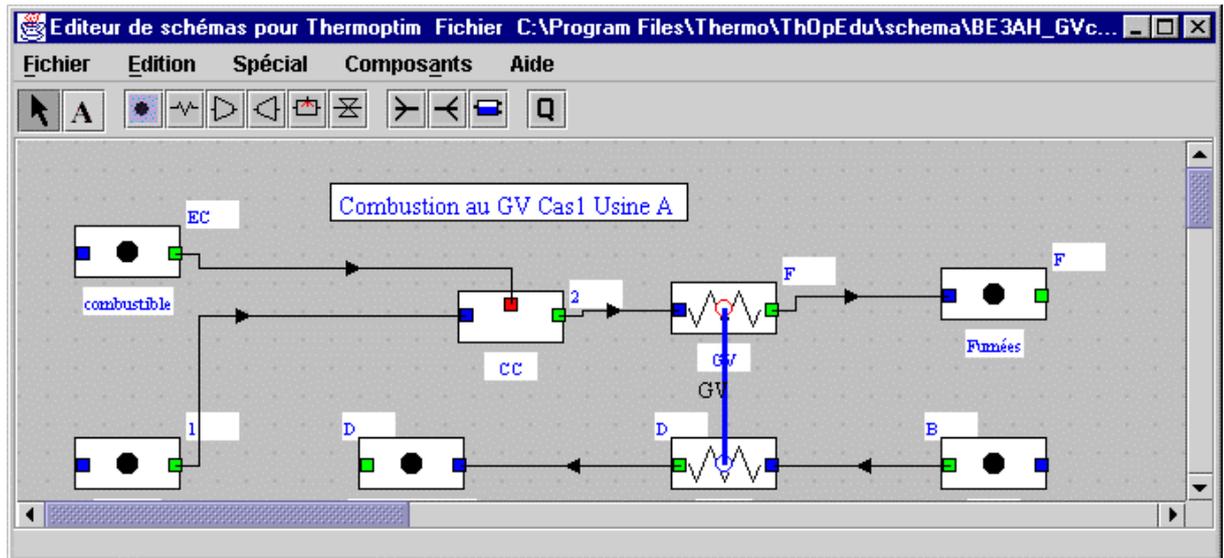
$$\dot{Q}_{GV} = 11499 \text{ kW} ; \dot{m}_v = 3,76 \text{ kg/s}$$

Rendement du cycle : $\eta_1 = 0,69$

On remarque que le rendement du cycle est supérieur.

4 - Calcul de la combustion du gaz naturel

On brûle du gaz naturel dans une chambre de combustion . On admet, par exemple, que les gaz brûlés en sortie de la chambre de combustion sont à 500 °C (ce qui correspond à un coefficient d'excès d'air de l'ordre de 5,6), et si la température des fumées dans la cheminée de rejet vers l'atmosphère est de 150 °C.



On obtient les résultats suivants pour:

Cycle 1 et Usine B

Chaleur échangée au GV	4884 kWatt	Rendement	débit de combustible	0,146 kg/s	
énergie payante	6888 kWatt		71 %	débit d'air	13,2 kg/s
débit d'eau	1,60 kg/s			débit des fumées	13,35 kg/s

POINTS	nom corps	T (K)	t (°C)	P (bar)	h (kJ/kg)	
1	air	288,15	15,00	1,00	-9,87	entrée air
EC	gaz naturel	288,15	15,00	1,00	-20,81	combustible
2	gaz brulés	773,15	500,00	1,00	506,39	sortie CC
F	gaz brulés	423,15	150,00	1,00	128,77	Fumées
B	eau	313,15	40,00	30,00	170,13	entrée GV
D	eau	673,15	400,00	30,00	3232,48	sortie GV

Cycle 1 et Usine A

Chaleur échangée au GV	11 505 kWatt	Rendement	débit de combustible	0,333 kg/s	
énergie payante	15 724 kWatt		73 %	débit d'air	30,13 kg/s
débit d'eau	3,76 kg/s			débit des fumées	30,46 kg/s

Cycle 2 et Usine A

Chaleur échangée au GV	6272 kWatt	Rendement	débit de combustible	0,181 kg/s	
énergie payante	8569 kWatt		73 %	débit d'air	16,42 kg/s
débit d'eau	2,048 kg/s			débit des fumées	16,60 kg/s

5 - Comparaison économique des solutions

Envisageons à présent le coût journalier (16h/24) des différents choix.

Choix tout électrique

	Q_p	W_p	total	Prix kWh en euro	Coût journalier en euro
Usine A	5298	750	6048	0.05	4838
Usine B	1325	1000	2325	0.05	1860

Choix gaz et électricité séparés en admettant un rendement de combustion de 72%

	W_p	KWh	Coût élect.	Q_p	Rendement	Q_{gaz}	KWh	Total journalier en euro	Prix moyen kWh en euro
Usine A	750	0,05	600	5298	0,72	7358	0,012	2012	0,021
Usine B	1000	0,05	800	1325	0,72	1840	0,012	1678	0,045

Cogénération

	Q_{Gaz}	KWH GAZ	COUT GAZ EN EURO	EXCEDENT MECANIQUE	KWH REVENDU	REVENTE EN EURO	TOTAL EN EURO	Q_p+W_p EN KWATT	PRIX MOYEN KWH EN EURO
USINE B CYCLE 1	6 888	0,012	1 322				1 322	2 325	0,036
USINE A CYCLE 2	8 569	0,012	1 645				1 645	6 048	0,017
USINE A CYCLE 1	15 724	0,012	3 019	1689 KW	0,055	-1 486	1 533	6 048	0,016

Il est donc concluant que :

- Le tout électrique est peu concurrentiel sauf peut être pour l'usine B
- Les cycles combinés sont toujours plus efficaces et moins coûteux que les solutions tout électrique ou circuits séparés gaz & électricité. Cependant les investissements pour la construction des cycles de cogénération sont à prendre en considération pour un calcul économique complet.
- Il apparaît que les besoins de l'usine A avec un $\Phi = 5,51$, justifient mieux les procédés de cycles combinés que ceux de l'usine B avec un $\Phi = 1,031$.
- La flexibilité des deux cycles est acceptable puisque Φ varie entre 0 et 5,5 pour le cycle 1 et entre 5 et l'infini pour le cycle 2. Le choix d'un cycle particulier doit prendre en considérations les besoins minimum et maximum dans une période déterminée. On doit réaliser ces variations de la demande en réglant judicieusement les différents débits masses sans changer trop l'énergie thermique du Générateur de vapeur et sans changer les taux de détente des turbines.

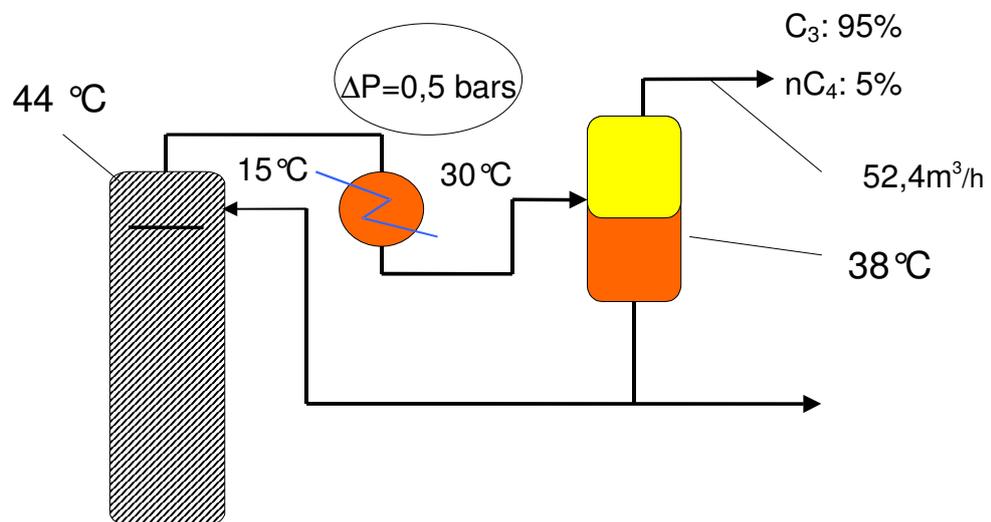
Etude de cas

6

Calcul d'un dépropaniseur (Excel)

Jean Charles de Hemptinne

La figure ci-jointe présente le schéma de fonctionnement du sommet d'un dépropaniseur : un condenseur partiel, C, reçoit les vapeurs de tête et un ballon de reflux, B, sépare le distillat vapeur et une phase liquide qui se répartit en distillat liquide et reflux.



On dispose des données de fonctionnement suivantes :

- Température du ballon de reflux : 38 °C
- Température en tête de colonne : 44 °C
- Perte de charge dans le condenseur : 0,5 bars
- Débit du distillat vapeur : 52,4 m³/h, dans les conditions de températures (38 °C) et de pression du ballon de reflux.
- Composition molaire du distillat vapeur : propane 95% et n-butane 5%.
- L'eau entre dans le condenseur à 15 °C et en ressort à 30 °C.

1 – Questions posées

Calculer le débit d'eau au condenseur.

Les coefficients d'équilibre liquide vapeur du propane et du n-butane sont exprimés en fonction de la pression par la relation :

$$\ln(P K) = a P + b$$

dans laquelle P désigne, la pression, exprimée en bars, K le coefficient d'équilibre. Les paramètres a et b, qui dépendent du constituant et de la température, sont fournis par le tableau ci-dessous :

Température	38 °C		44 °C	
	a	b	a	b
Propane	0,01373	2,36415	0,01653	2,45214
n-butane	0,02333	1,21832	0,02311	1,37835

Les propriétés des fluides en phase vapeur peuvent se calculer à l'aide de l'équation du Viriel en volume, tronquée après le second terme :

$$Z = 1 + \frac{B}{v}$$

où B est déterminé avec la corrélation de Tsonopoulos. Les mélanges sont idéaux, aussi bien en phase liquide qu'en phase vapeur.

La capacité calorifique de l'eau est 4,185 J/g.K

Quelques propriétés supplémentaires des corps purs.

	Propane	n-butane
Chaleur de vaporisation à 38 °C	13680 J/mol	20270 J/mol
C_p	76,67 J/mol-K	101,44 J/mol-K
T_c	369,8 K	425,2 K
P_c	41,4 bar	37,0 bar
ω	0,1525	0,193

2 -Solution Problème

La solution a été obtenue sur une feuille EXCEL, dont des extraits sont repris ci-dessous. Nous appellerons (1) le butane et (2) le propane.

1. La pression dans le condenseur

La température et la composition de la vapeur sont données. Nous cherchons donc un point de rosée : La fonction objectif

$$\sum \frac{y_i}{K_i} = 1 \quad , \quad K_i \text{ calculé à } 38^\circ\text{C}$$

La pression utilisée pour l'initialisation est : $P = \left(\sum \frac{y_i}{P_i^\sigma} \right)^{-1}$

T (°C)	T (K)	
38	311.15	
P (bars)	11.40012119	
Z _i = y _i	0.05	0.95
K _i	0.38699668	1.091
x _i	0.1292	0.8708

ou

$$x_1 = 12,9 \% \quad ; \quad x_2 = 87,1 \%$$

$$P = 11,4 \text{ bars}$$

2. La pression sur le plateau supérieur

$$P = 11,4 + 0,5 = 11,9 \text{ bars}$$

3. La vapeur qui quitte le dernier plateau est à son point de rosée à 11,9 bars et 44°C

La fonction objectif est donc à nouveau $\sum \frac{y_i}{K_i} = 1$

Cette fois, cependant les K_i sont fixés

$$K_1 = \frac{\exp(a_1 P + b_1)}{P} = 1,188$$

$$K_2 = \frac{\exp(a_2 P + b_2)}{P} = 0,439$$

Nous trouvons facilement

$$\begin{cases} \frac{y_1}{K_1} + \frac{y_2}{K_2} = 1 \\ y_1 + y_2 = 1 \end{cases}$$

et donc :

$$y_1 = \frac{1 - \frac{1}{K_2}}{\frac{1}{K_1} - \frac{1}{K_2}} = 0,11$$

$$\begin{aligned} y_2 &= 0,89 \\ x_1 &= 0,25 \\ x_2 &= 0,75 \end{aligned}$$

T (°C)	T (K)	
44	317,15	
P (bars)		
11,9		
K_i	0,439	1,188
x_i	0,251	0,749
y_i	0,11	0,8898

4. Débit quittant le dernier plateau

Afin de connaître le débit qui quitte le dernier plateau, nous devons déterminer le nombre de moles qui correspondent à 52,4 m³/h de distillat vapeur. Nous devons donc déterminer le volume molaire de la vapeur en C (à 11,4 bars). Nous devons utiliser pour ce faire l'équation du viriel :

$$Z = 1 + \frac{B}{v}$$

$$\text{où } B = y_1 B_1 + y_2 B_2$$

B_1 et B_2 sont calculés à partir de la méthode de Tsonopoulos.

Pour le butane, à 38°C, nous avons $T_r = 0,732$

$$\text{Ce qui donne } F_0 = -0,6034 \quad F_1 = -0,4949$$

$$\text{et donc } B(\text{butane}) = -667,7 \text{ cm}^3/\text{mol}$$

Pour le propane (2), $T_r = 0,841$

$$F_0 = -0,4661 \quad F_1 = -0,2107$$

$$\text{et } B(\text{propane}) = -370,0 \text{ cm}^3/\text{mol}$$

Pour le mélange avec $y_1 = 0,05$ et $y_2 = 0,95$, on a $B = -384,9 \text{ cm}^3/\text{mol}$

Le volume molaire du distillat vapeur peut alors se calculer, soit par itération

$$v = v^\#(1 + B/v)$$

$$\text{avec } v^\# = \frac{RT}{P} = 2240 \text{ cm}^3 / \text{mol}$$

soit en résolvant l'équation quadratique :

$$v^2 - v^\# v - Bv^\# = 0$$

$$\text{et } v = \frac{v^\# + \sqrt{v^{\#2} + 4 Bv^\#}}{2} = 1746,4 \text{ cm}^3 / \text{mol}$$

L'équation a une seconde racine qui n'a pas de signification physique.

Le volume molaire nous donne le débit molaire de distillat vapeur :

$$\dot{N}^c = \frac{52,4 \times 10^6 \text{ cm}^3 / \text{hr}}{1746,4 \text{ cm}^3 / \text{mol}} = 30\,004 \text{ mol / hr}$$

T (°C)	T (K)	
38	311.15	
P (atm)	P (MPa)	
11.40	1.1548	
z	0.05	0.95
Calcul des volumes en C		
Tr	0.73177	0.8414
F ₀ (Tson)	-0.60336	-0.466
F ₁ (Tson)	-0.4949	-0.2107
BP _c /RT _c	-0.69888	-0.4982
B _i	-667.738621	-369.983
B	-384.870818	
v:gaz parfait	2240.0665	cm ³ /mol
v en C =vgp+B/v	1746.40236	cm ³ /mol
Débit molaire vapeur en C	30004.54	mol/hr

5. La fraction vaporisée dans le condenseur.

Afin de connaître le débit molaire en B et A, qui sort de la tête de colonne, à partir du débit molaire de distillat vapeur, en C, il nous faut déterminer la fraction vaporisée.

Nous faisons un bilan matière de propane sur le condenseur :

$$z_2^B \dot{N}^c = y_2^c \dot{N}^c + x_2^D (\dot{N}^D + \dot{N}^E)$$

Nous faisons le même bilan pour tout le fluide :

$$\dot{N}^B = \dot{N}^c + (\dot{N}^D + \dot{N}^E)$$

Cette dernière équation nous permet de substituer $\dot{N}^D + \dot{N}^E = \dot{N}^B - \dot{N}^c$ dans la première, ce qui donne

$$z_2^B \dot{N}^B = y_2^c \dot{N}^c + x_2^D (\dot{N}^B - \dot{N}^c)$$

et enfin

$$\dot{N}^B = \dot{N}^c \frac{(y_2^c - x_2^D)}{(z_2^B - x_2^D)} = 30004 \cdot \frac{0,95 - 0,871}{0,890 - 0,871} = 125182 \text{ mol/hr}$$

La composition des flux A et B est identique. La seule différence est que le flux A est entièrement vapeur alors que le flux B contient du liquide et de la vapeur. C'est pourquoi nous utiliserons le symbole 'z' pour décrire sa composition).

La fraction vaporisée par conséquent est : $F = \frac{30004}{125182} = 0,240$

		Fraction vapeur	Fraction Liquide
Par bilan massique sur le ballon de flash			
le débit molaire en B (total)	125182.465	mol/h	0.23968
Le débit molaire liquide	95177.925	mol/h	0.7603

6. Les enthalpies des flux A et B doivent ensuite être déterminées. Nous commencerons par B qui est diphasique.

L'enthalpie molaire d'un flux s'écrit toujours :

$$h(T, P) = h^\#(T_0) + C_p^\#(T - T_0) + h^{\text{res}}(T, P)$$

$$h^{\text{res}}(T, P) = (1 - F)h^{\text{res,L}}(T, P, x) + F \cdot h^{\text{res,V}}(T, P)$$

$$h^{\text{res,V}}(T, P, J) = RT \frac{B - T \frac{dB}{dT}}{v} \quad (\text{avec le Viriel})$$

$$B = y_1 B_1 + y_2 B_2 = -384,9 \text{ cm}^3/\text{mol}$$

$$\frac{dB}{dT} = y_1 \frac{dB_1}{dT} + y_2 \frac{dB_2}{dT}$$

les dérivées sont obtenues numériquement en recalculant B_i à une température légèrement différente de 38°C Cela donne :

$$\frac{dB}{dT} = 0,05 \times 5,086 + 0,95 \cdot 2,589 = 2,714 \text{ cm}^3 / \text{mol} \cdot \text{K}$$

Par ailleurs, nous avons déjà calculé v :

$$v = 1746,4 \text{ cm}^3/\text{mol}$$

avec T = 38°C = 311,15 K, nous avons donc : $h^{res,v} = - 1821,0 \text{ J/mol}$

T_C	T_K	Propriétés vapeur		
38	311.15			
	P_MPa			
	1.15483228			
z	0.05	0.95		
Calcul des volumes en C			Enthalpie vapeur en B	
T _r	0.73177328	0.84140076		
F ₀ (Tson)	-0.60336043	-0.46606646		
F ₁ (Tson)	-0.49493947	-0.21072307		
BP _c /RT _c	-0.69888375	-0.49820173	B(38,01)	-667.687756 -369.9571
B _i	-667.738621	-369.983039	dB/dT	5.08644029 2.5891828
B	-384.870818		dB/dT	2.71404565
v:gaz parfait	2240.0665	cm3/mol	h _{res} en B	-1820.99893 J/mol
v en C =v _{gp} +B/v	1746.40236	cm3/mol		
Z-B/v=	1			

L'enthalpie résiduelle à l'état liquide se calcule à partir de celle à l'état vapeur.

$$h^{res,L}(T,P,x) = h^{res,v}(T,P,x) - \Delta h^\sigma(x,T)$$

Nous commencerons donc par calculer $h^{res,v}$, de la même manière que ci-dessus, mais cette fois avec la composition du liquide

$$h^{res,v}(T,P,x) = RT \frac{(x_1 B_1 + x_2 B_2) - T \left(x_1 \frac{dB_1}{dT} + x_2 \frac{dB_2}{dT} \right)}{v(T,P,x)}$$

Le volume est calculé de la même manière que précédemment, mais avec :

$$B = x_1 B_1 + x_2 B_2 = - 408,5 \text{ cm}^3/\text{mol}$$

$$\text{Nous trouvons : } v = 1702,7 \text{ cm}^3/\text{mol}$$

$$\text{et donc : } h^{res,v}(T,P,x) = - 1997,1 \text{ J/mol}$$

L'enthalpie de condensation est calculée à partir des valeurs données :

$$\begin{aligned} \Delta h^\sigma(x,T) &= x_1 \Delta h_1^\sigma(T) + x_2 \Delta h_2^\sigma(T) \\ &= 0,129 \cdot 20270 + 0,871 \cdot 13680 = 14531,4 \text{ J/mol} \end{aligned}$$

Nous avons donc finalement :

$$h^{\text{res,L}}(T,P,x) = -1997,1 - 14531,4 = -16528,5 \text{ J/mol}$$

T_C	T_K	Propriétés liquide		Enthalpie Liquide en B		
	38	311.15				
P_atm	P_MPa					
	11.4	1.15482				
x		0.12920007	0.87079998			
Calcul des volumes				Enthalpie Liquide en B		
Tr		0.73177328	0.84140076			
F0(Tson)		-0.60336043	-0.46606646			dF0/dT
F1(Tson)		-0.49493947	-0.21072307			
BPc/RTc		-0.69888375	-0.49820173	B(38,01)	-667.687756	-370
B		-667.738621	-369.983039			
B		-408.453102				
v:gaz parfait		2240.0665 cm ³ /mol	1358049.49			
v en C		1702.71016 cm ³ /mol	1702.71016			
=vgp+B/v						
Z-B/v=		0.99999192				
				Hsigma	-20270	-13680 J/mol
				Hsigma	-14531.4292	J/mol
				Hres total	-16528.481	

L'enthalpie résiduelle de B est calculée à partir de la fraction vaporisée :

$$h^{\text{res,B}} = (1 - F)h^{\text{res,L}} + F h^{\text{res,v}}$$

$$= 0,76(-16528,5) + 0,24(-1821,0) = -13003,3 \text{ J/mol}$$

Si nous choisissons, comme état de référence pour l'enthalpie $h^\#(38^\circ\text{C}) = 0 \text{ J/mol}$ pour chacun des deux corps, nous avons

$$h^{\text{B}}(T,P) = h^{\text{res,B}} = -13003,3 \text{ J/mol}$$

7. Calcul de l'enthalpie en A

Nous commencerons, à nouveau, par calculer l'enthalpie résiduelle. Le flux A est uniquement à l'état vapeur, ce qui nous permet d'écrire :

$$h^{\text{res,A}} = RT \frac{B - T \frac{dB}{dT}}{v}$$

$$B = y_1 B_1(T) + y_2 B_2(T) \text{ à } T = 44^\circ\text{C} \text{ ou } 317,15 \text{ K}$$

$$= 0,11(-638,3) + 0,89(-345,9) = -386 \text{ cm}^3/\text{mol}$$

$$\frac{dB}{dT} = y_1 \frac{dB_1}{dT} + y_2 \frac{dB_2}{dT} = 0,11 \cdot 4,72 + 0,89 \cdot 2,43 = 2,68 \text{ cm}^3 / \text{mol K}$$

Le volume est déterminé de la même manière qu'en 4 ci-dessus, à l'aide de l'équation du Viriel. On trouve : $v = 1686,4 \text{ cm}^3/\text{mol}$

ce qui donne : $h^{\text{res,A}} = -1934,6 \text{ J/mol}$

T_C	T_K			
	44	317.15		
P_atm	P_MPa			
	11.90012119	1.20548228		
z	0.11021689		0.88978311	
Calcul des volumes			Enthalpie vapeur en A	
Tr	0.74588429	0.85762574		
F0(Tson)	-0.58236977	-0.44984079		
F1(Tson)	-0.44420606	-0.18418805		
BPc/RTc	-0.66810153	-0.47792947	B(44,01)	- -354.9038
Bi	-638.328185	-354.928108	dB/dT	638.280952
B	-386.163583		dB/dT	4.72334317 2.4313956
v:gaz parfait	2187.32797	cm3/mol	1E+06 hres en A	- J/mol
				1934.64635
v en C =v _{gp} +B/v	1686.4831 cm3/mol		1686	
Z-B/v=	1			

Le calcul complet de l'enthalpie en A doit cependant tenir compte de l'état de référence que nous nous sommes choisis plus haut : $h^{\#} (38^{\circ}\text{C}) = 0^{\circ}\text{C}$

par conséquent :

$$h^A(44^{\circ}\text{C}) = h^{\#}(38^{\circ}\text{C}) + \int_{38^{\circ}\text{C}}^{44^{\circ}\text{C}} C_p^{\#} dT + h^{\text{res,A}}$$

La capacité calorifique à l'état gaz parfait pour un mélange se calcule

$$C_p^{\#} = J_1 C_{p1}^{\#} + J_2 C_{p2}^{\#}$$

$$= 0,11 \cdot 101,44 + 0,89 \cdot 76,67 = 79,40 \text{ J/mol-K}$$

	Butane	Propane
Cp	101.44	76.67 J/mol-K
Cp moyen	79.4000724	
H _{gp} (38->44)=	-476.400434 J/mol	

Nous avons donc ($C_p^{\#}$ est constant avec la température)

$$h^A = 79,4 \cdot (44 - 38) - 1934,6 = -1458,2 \text{ J/mol}$$

La différence d'enthalpie molaire entre les flux A et B :

$$h^B - h^A = -13003,3 - (-1458,2) = -1145,1 \text{ J/mol}$$

Etant donné le débit molaire $\dot{N}^A = \dot{N}^B = 125182,5 \text{ mol/h}$

$$H^B - H^A = 1445,24 \text{ MJ/h}$$

$$H_{\text{res, sortie}} - H_{\text{res, entrée}} + h_{\text{gp}}(38 \rightarrow 44)A = -11545.1 \quad \text{J/mol}$$

$$\text{La consommation en enthalpie est donc : } -1445237942 \quad \text{J/h}$$

$$\text{ou } -1445.23794 \quad \text{MJ/h}$$

Comme la capacité calorifique de l'eau est $1 \text{ cal/g-K} = 4,185 \text{ J/g-K}$

il faudra un débit :

$$C_p, \text{ eau} = 4.185 \quad \text{J/g-K}$$

$$\text{Débit massique} \quad 23022508 \quad \text{g/hr}$$

$$\text{ou } 23022.51 \quad \text{kg/hr}$$

Etude de cas
7

Gazoduc, Courbes de Fanno (Excel)

Jean-Noel Jaubert, Romain Privat

1. Présentation du projet :

Le second principe de la thermodynamique est souvent mal compris par les étudiants. Il s'agit pourtant d'un principe extrêmement important qui a de multiples applications industrielles. Afin de tenter de démystifier son impact, nous nous proposons dans ce projet de dimensionner un gazoduc transportant du gaz naturel en mettant l'accent sur les limitations imposées par le second principe. En effet, comme nous le verrons, au fur et à mesure que le fluide avance dans le gazoduc, sa vitesse augmente et sa pression diminue. Un néophyte pourrait alors penser qu'en augmentant indéfiniment la longueur du gazoduc, la vitesse du fluide pourrait atteindre, voire dépasser la vitesse de la lumière ! En réalité, il n'en est rien car le second principe interdit au gaz naturel qui circule de devenir supersonique. Cette limitation a de nombreuses conséquences sur la conception d'un gazoduc. A titre d'exemple, il existe un débit maximal capable de passer dans un gazoduc de diamètre et de longueur fixés. De même, afin d'imposer un débit sur une longue distance, il faut impérativement installer des stations de recompression qui ont pour but de ralentir le gaz naturel et ainsi de rester conforme avec le second principe.

En France, 29 000 km de gazoducs sillonnent le sous-sol. Afin que le paysage ne soit pas dénaturé, les gazoducs sont enterrés à 1 m de profondeur dans le sol. Seules de petites bornes jaunes indiquent la présence de l'une de ces canalisations. Le gaz y circule à environ 30 km/h et des stations de recompression sont installées tous les 80 à 120 km le long du réseau.

2. Enoncé du projet :

Un gazoduc de 76,2 cm de diamètre (soit 30 pouces), de section A , permet l'écoulement de gaz naturel (assimilé à du méthane) sur une distance $L = 120$ km avec un débit massique $D = 200 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$. A l'entrée du gazoduc, la pression du gaz est $P_1 = 6 \text{ MPa}$, sa température est $t_1 = 10 \text{ }^\circ\text{C}$, et sa viscosité dynamique est $\mu_1 = 1,087 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$. On fera l'hypothèse que le long du gazoduc, le fluide obéit à l'équation d'état des gaz parfaits et qu'il possède un coefficient isentropique constant $\gamma = c_p/c_v = 1,3$.

Remarque : sous $P_1 = 6 \text{ MPa}$ et à $t_1 = 10 \text{ }^\circ\text{C}$, le facteur de compressibilité du méthane ($z = pV/RT$) est voisin de 0,9. En l'assimilant à un gaz parfait ($z = 1$), on commet une erreur d'environ 10 %. Cependant, au fur et à mesure que le gaz va avancer dans le gazoduc, sa pression va diminuer et son facteur de compressibilité va se rapprocher de 1. Il est donc tout à fait acceptable de le considérer comme un gaz parfait.

1) a) Montrer que si le gazoduc est parfaitement calorifugé, le point représentatif de l'état du gaz dans un diagramme de Clapeyron (plan (P, \bar{V})) suit une courbe, appelée courbe de Fanno, dont l'équation peut s'écrire :

$$P \cdot \bar{V} + b \cdot \bar{V}^2 = k$$

dans laquelle k est une constante et b un paramètre qui ne dépend que du flux massique $J = \frac{D}{A}$ et de la nature du gaz. Calculer b et la valeur de la constante k .

b) Tracer la courbe de Fanno dans les plans (P, \bar{V}) , (T, \bar{S}) , (\bar{H}, \bar{S}) et (\mathcal{M}, \bar{S}) . Pour calculer \bar{H} et \bar{S} , on prendra comme référence arbitraire $\bar{H}_1(T_1) = 0,0$ et $\bar{S}_1(T_1, P_1) = 0,0$.

2) On assimilera l'ensemble des forces de frottement agissant sur la masse unité du fluide à une force agissant en sens opposé à l'écoulement et répartie uniformément sur la surface de la portion de tuyauterie contenant la masse unité (surface dite *mouillée*). Donner l'expression du travail de cette force de frottement le long d'une portion dx de tuyauterie en fonction du volume massique du gaz, du diamètre de la conduite et de la contrainte de frottement tangentiel τ_p .

3) On rappelle que : $\tau_p = \rho \cdot u^2 \cdot C_f$ où

$$\left\{ \begin{array}{l} C_f \text{ est le facteur de frottement} \\ \rho \text{ est la masse volumique du fluide} \\ u \text{ est la vitesse du fluide} \end{array} \right.$$

C_f est un nombre sans dimension qui représente la résistance à l'écoulement provoquée par le frottement du fluide sur la paroi de la canalisation. Parmi les nombreux développements empiriques reliant C_f au nombre de Reynolds, on utilisera le suivant dû à Nikuradse :

$$C_f = 4 \cdot 10^{-4} + 2,7265 \cdot 10^{-2} \times \text{Re}^{-0,237} \quad \text{valable pour } 10^5 \leq \text{Re} \leq 10^8.$$

Calculer C_f supposé constant de l'entrée à la sortie.

4) Etablir et intégrer l'équation différentielle liant le volume massique \bar{V} du gaz à l'abscisse x dans le gazoduc. En déduire le volume massique, la vitesse, la pression, la température et le nombre de Mach du gaz à la sortie du gazoduc.

5) Calculer l'entropie créée par seconde au sein de la canalisation de longueur L .

6) Montrer que la condition d'évolution des systèmes imposée par le second principe empêche au régime précédent de se maintenir au delà d'une longueur maximale L_{CR} appelée longueur critique que l'on calculera. Pour cela on commencera par déterminer la valeur maximale (critique) que peut prendre le volume massique du gaz en sortie de la canalisation. Quels seraient pour la longueur L_{CR} , la pression, la température, et la vitesse du fluide à la sortie du gazoduc ? Quelle valeur remarquable prend alors le nombre de Mach ?

7) a) Qu'est ce qu'un ingénieur qui a bien compris le second principe doit impérativement prévoir lors de la conception d'un gazoduc s'il veut imposer un débit massique D sur une longue distance ?

b) Quel débit massique maximal, appelé débit critique D_{CR} (ou débit sonique), peut circuler dans le gazoduc de longueur $L = 120$ km ? Quelle doit être la valeur de la pression en aval du gazoduc pour que ce débit maximal puisse être atteint ?

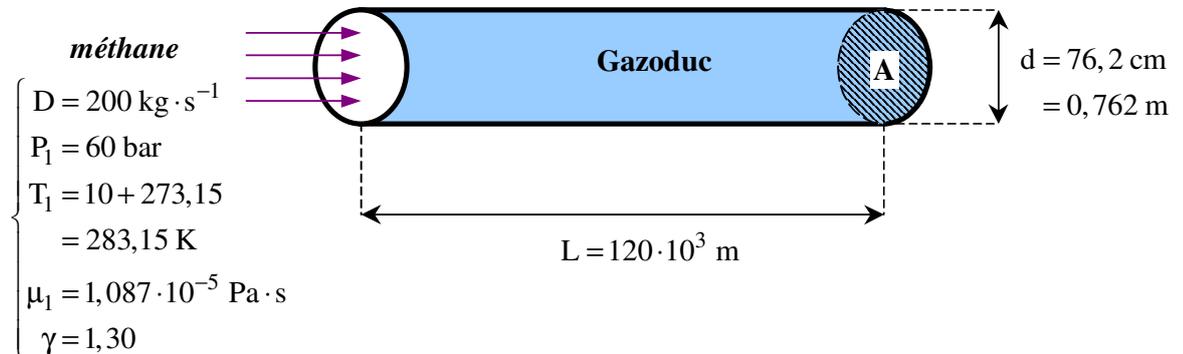
8) Tracer point par point, en fonction de l'abscisse x du gaz dans le gazoduc ($x \leq L_{CR}$), la variation du volume massique (ou de la vitesse), de la pression, de la température et du nombre de Mach du méthane.

9) On supprime les frottements, recalculer le volume massique, la pression, la température et la vitesse du méthane en sortie du gazoduc.

On prendra pour le méthane : $M = 16,04 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$. La constante des gaz parfaits est $R = 8,314411 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

3. Solution du problème

Le gazoduc possède les caractéristiques suivantes :



1. Calculs préliminaires

La constante massique des gaz parfaits pour le méthane vaut :

$$\bar{R} = \frac{R}{M} = \frac{8,314411}{16,04 \cdot 10^{-3}} = 518,355 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

La section A de la canalisation est l'aire d'un disque de diamètre

$$d = 76,2 \text{ cm} = 76,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}, \text{ donc : } A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 0,4560 \text{ m}^2.$$

On peut également déterminer toutes les propriétés du méthane dans les conditions d'entrée. S'agissant d'un gaz parfait, le méthane vérifie alors : $P \cdot \bar{V} = \bar{R} \cdot T$, de sorte que :

$$\bar{V}_1 = \frac{\bar{R} \cdot T_1}{P_1} = 0,0245 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \text{ avec } \begin{cases} \bar{R} = 518,35 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \\ T_1 = 283,15 \text{ K} \\ P_1 = 6 \cdot 10^6 \text{ Pa} \end{cases}$$

Le méthane circule dans le gazoduc en régime permanent avec un débit $D = 200 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$. L'équation de conservation de la masse justifie le fait que le débit massique D ne varie pas le long du gazoduc. Or :

$$D = \rho \cdot A \cdot u = \frac{A \cdot u}{\bar{V}} \text{ avec } \begin{cases} A : \text{section de passage du fluide en m}^2, \\ u : \text{vitesse du fluide en m} \cdot \text{s}^{-1}, \\ D : \text{débit massique en kg} \cdot \text{s}^{-1} \end{cases}$$

On aura donc dans les conditions d'entrée :

$$u_1 = \frac{D}{A} \cdot \bar{V}_1 = 10,728 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

⚡ **Nota Bene** : On appelle *flux massique* J, le rapport du débit par la section de passage :

⚡ $J = \frac{D}{A}$. Ce flux s'exprime en $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$. La canalisation étant de section constante et le

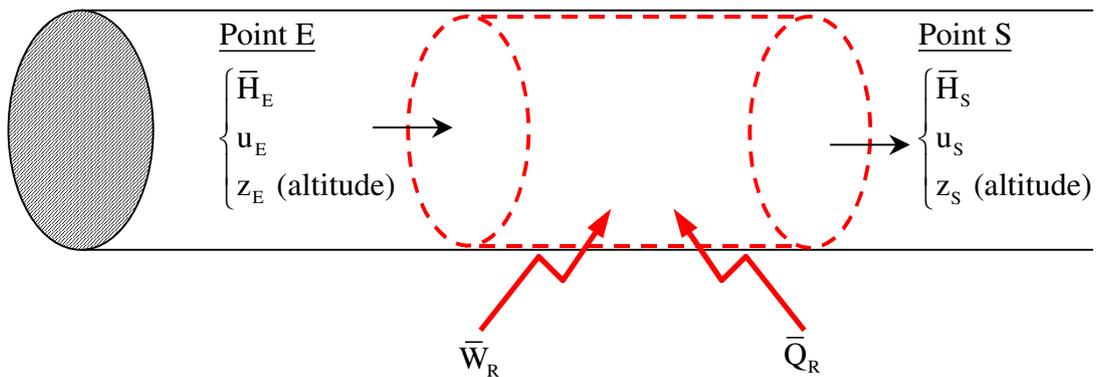
méthane circulant en régime permanent (débit massique D constant), le flux massique J reste constant en tout point de la canalisation : $J = \frac{D}{A} = \frac{200}{0,4560} = 438,56 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$

En tout point de la canalisation, on vérifie alors : $u = J \cdot \bar{V}$. La célérité du son dans un gaz parfait est donnée par : $a = \sqrt{\gamma \cdot \bar{R} \cdot T}$. En entrée du gazoduc, on a donc : $a_1 = \sqrt{\gamma \cdot \bar{R} \cdot T_1} = \sqrt{1,30 \times 518,35 \times 283,15} = 436,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

et le nombre de Mach vaut : $\mathcal{M}_1 = \frac{u_1}{a_1} = 0,0246 < 1$. Le fluide est donc subsonique à l'entrée de la canalisation.

2. Equation de la courbe de Fanno dans le plan (P,V)

Considérons comme volume de contrôle, le volume contenant le méthane dans une portion quelconque de la canalisation :



Il s'agit d'un système ouvert fonctionnant en régime permanent avec une entrée et une sortie de matière. L'application du premier principe conduit à :

$$\bar{W}_R + \bar{Q}_R = \left(\bar{H}_S + \frac{u_S^2}{2} + g \cdot z_S \right) - \left(\bar{H}_E + \frac{u_E^2}{2} + g \cdot z_E \right)$$

→ Ici, le méthane s'écoule dans le gazoduc de sorte que : $\bar{W}_R = 0$ (un écoulement est un passage de fluide sans qu'on lui fournisse de travail).

→ Le gazoduc est parfaitement calorifugé de sorte que : $\bar{Q}_R = 0$.

→ Le gazoduc est horizontal de sorte que : $g \cdot (z_S - z_E) = 0$.

On obtient donc :

$$\bar{H}_E + \frac{u_E^2}{2} = \bar{H}_S + \frac{u_S^2}{2}$$

Il s'ensuit qu'en tout point de la canalisation $\bar{H} + \frac{u^2}{2}$ garde une valeur constante.

Soit :
$$\bar{H} + \frac{u^2}{2} = \text{constante}$$

Cette équation est caractéristique des écoulements adiabatiques pour un système ouvert en régime permanent possédant une entrée et une sortie de matière.

La constante est égale à la valeur que prendrait l'enthalpie si la vitesse devenait nulle. On l'appelle **enthalpie d'arrêt** et on la note \bar{H}_A .

On peut donc écrire :

$$\bar{H} + \frac{u^2}{2} = \bar{H}_A$$

Cette équation qui n'est autre que l'expression du premier principe appliqué à un écoulement adiabatique est appelée équation de la courbe de Fanno. Elle est ici exprimée dans les variables \bar{H} et u .

On peut donc écrire :

$$\bar{H}_A - \bar{H} = \frac{u^2}{2}.$$

Le gaz étant supposé parfait de coefficient isentropique γ constant, sa capacité calorifique massique qui a pour expression $\bar{C}_P = \frac{\bar{R} \cdot \gamma}{\gamma - 1}$ est donc également constante.

Sachant que pour un gaz parfait, $d\bar{H} = \bar{C}_P \cdot dT$, on peut donc écrire :

$$\bar{C}_P \cdot (T_A - T) = \frac{u^2}{2} \quad (1)$$

u et T représentent respectivement la vitesse et la température en un point quelconque de la canalisation. T_A est appelée température d'arrêt.

L'équation (1) est l'équation de la courbe de Fanno exprimée dans les variables T et u .

La relation fournie dans l'énoncé est explicite par rapport aux variables P et \bar{V} . Elle sera obtenue à partir de l'équation (1) en exprimant T et u dans les variables P et \bar{V} . D'après la loi des gaz parfaits : $T = \frac{P \cdot \bar{V}}{\bar{R}}$. Par ailleurs, $u = J \cdot \bar{V}$.

$$\text{On obtient donc : } \bar{C}_P \cdot \left(T_A - \frac{P \cdot \bar{V}}{\bar{R}} \right) = \frac{J^2 \cdot \bar{V}^2}{2}$$

En divisant cette équation par \bar{C}_P et en la multipliant par \bar{R} , il vient :

$$\bar{R} \cdot T_A - P \cdot \bar{V} = \frac{J^2 \cdot \bar{V}^2 \cdot \bar{R}}{2 \cdot \bar{C}_P}$$

$$\text{Finalement : } P \cdot \bar{V} + \frac{J^2 \cdot \bar{V}^2 \cdot \bar{R}}{2 \cdot \bar{C}_P} = \bar{R} \cdot T_A$$

L'équation fournie par l'énoncé est : $P \cdot \bar{V} + b \cdot \bar{V}^2 = k$.

Par identification, on obtient :

$$\rightarrow b = \frac{J^2 \cdot \bar{R}}{2 \cdot \bar{C}_P} = \frac{\gamma - 1}{2\gamma} \cdot J^2 = 22192,60 \text{ kg}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}^{-4} \text{ car } \bar{C}_P = \frac{\bar{R} \cdot \gamma}{\gamma - 1}.$$

$$\rightarrow k = \bar{R} \cdot T_A.$$

Cette constante peut facilement se calculer dans les conditions d'entrée :

$$k = P_1 \cdot \bar{V}_1 + b \cdot \bar{V}_1^2 = 146785,44 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

⚡ **Nota Bene** : La température d'arrêt est alors : $T_A = \frac{k}{\bar{R}} = 283,176 \text{ K}$.

• **Remarque** : on aurait pu aussi calculer directement T_A , donc k par :

$$\bar{C}_P \cdot (T_A - T_1) = \frac{u_1^2}{2}$$

$$\text{On obtiendrait alors : } T_A = T_1 + \frac{u_1^2}{2 \cdot \bar{C}_P} = T_1 \cdot \left[1 + (\gamma - 1) \cdot \frac{J^2 \cdot \bar{R} \cdot T_1}{2 \cdot P_1^2 \cdot \gamma} \right]$$

3. Tracé de la courbe de Fanno

Il devient à ce stade possible de tracer la courbe de Fanno dans n'importe quel plan. Dans le plan (P, \bar{V}) , nous connaissons la forme analytique de l'équation : $P = \frac{k}{\bar{V}} - b \cdot \bar{V}$

Il est bien évident que $P > 0$ et qu'il suffit donc de donner à \bar{V} des valeurs comprises entre $\bar{V}_{\min} = 0$ et $\bar{V}_{\max} = \sqrt{\frac{k}{b}} = 2,572 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ (valeur qui conduit à $P = 0$), et pour chaque valeur de \bar{V} , de calculer P .

• **Remarque** : P est une fonction décroissante de \bar{V} car :

$$\frac{dP}{d\bar{V}} = -\frac{k}{\bar{V}^2} - b < 0 \quad (k > 0; b > 0)$$

Il s'ensuit que si le long du gazoduc, P diminue alors \bar{V} augmente. Si P diminue alors \bar{V} augmente et $u = J \cdot \bar{V}$ augmente également (car $J = \frac{D}{A} > 0$).

Or, en tout point du gazoduc, $\bar{H} + \frac{u^2}{2} = \text{constante}$, donc si u augmente, nécessairement, \bar{H} diminue. Or, pour un gaz parfait, $d\bar{H} = \bar{C}_P \cdot dT$, donc T diminue (puisque $\bar{C}_P > 0$).

Enfin, $\mathcal{M} = \frac{u}{a} = \frac{u}{\sqrt{\gamma \cdot \bar{R} \cdot T}}$ avec a qui diminue et u qui augmente, donc \mathcal{M} augmente.

Bilan : Si P diminue, alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{V} \square \\ u \square \\ \bar{H} \square \\ T \square \\ a \square \\ \mathcal{M} \square \end{array} \right.$$

Connaissant P et \bar{V} , on peut alors facilement calculer toutes les autres grandeurs d'état et ainsi tracer la courbe de Fanno dans n'importe quel plan.

En effet :

$$\left\{ \begin{array}{l} u = J \cdot \bar{V} \\ T = \frac{P \cdot \bar{V}}{\bar{R}} \\ a = \sqrt{\gamma \cdot \bar{R} \cdot T} \\ \mathcal{M} = \frac{u}{a} \end{array} \right.$$

Choix d'une température T_1 et d'une pression P_1 de référence pour le calcul des enthalpies et des entropies :

Pour calculer \bar{H} , on choisit de poser arbitrairement $\bar{H}(T_1) = 0$ avec $T_1 = 283,15$ K .

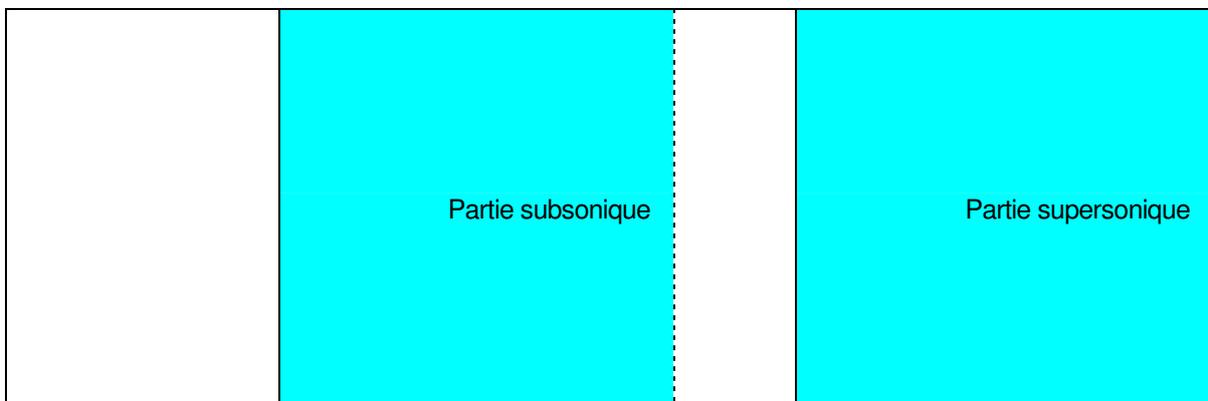
Donc : $\bar{H}(T) = \bar{H}(T) - \underbrace{\bar{H}(T_1)}_0 = \bar{C}_P \cdot (T - T_1)$.

Pour calculer \bar{S} , on choisit également de poser $\bar{S}(T_1, P_1) = 0$ de sorte que :

$$\bar{S}(T, P) = \bar{S}(T, P) - \underbrace{\bar{S}(T_1, P_1)}_0 = \bar{C}_P \cdot \ln\left(\frac{T}{T_1}\right) - \bar{R} \cdot \ln\left(\frac{P}{P_1}\right) \text{ avec } \begin{cases} T_1 = 283,15 \text{ K} \\ P_1 = 60 \text{ bar} \end{cases} .$$

Bilan :

Il est à présent possible de dresser un tableau qui permet de tracer la courbe de Fanno dans le plan souhaité. Les différentes fonctions d'état varient comme suit :

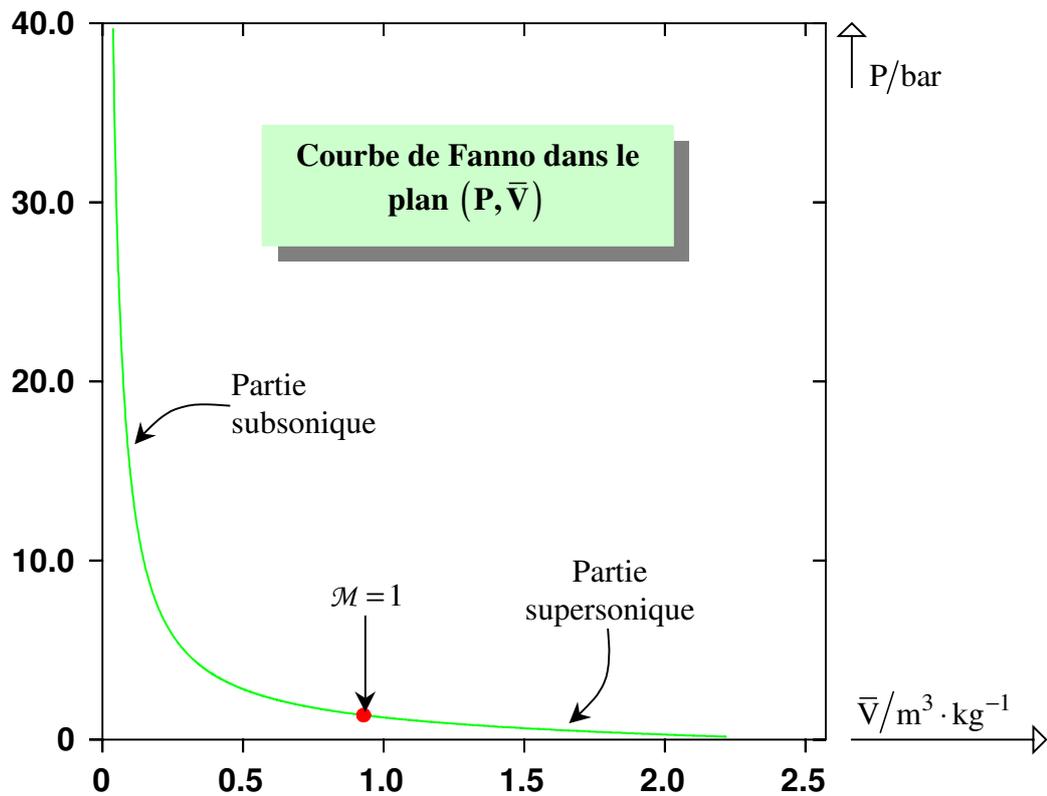


<p>Volume massique \bar{V} (en $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$)</p>	<p>0</p>		<p>\bar{V}_{max}</p>
<p>Pression (en Pa) $P = \frac{k}{\bar{V}} - b$</p>	<p>$+\infty$</p>		<p>0</p>
<p>Vitesse (en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) $u = J \cdot \bar{V}$</p>	<p>0</p>		<p>u_{max}</p>
<p>Température (en K) $T = \frac{P \cdot \bar{V}}{\bar{R}}$</p>	<p>$T_A = 2$ (car $u = 0$)</p>		<p>0</p>
<p>Célérité du son dans le fluide (en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) $a = \sqrt{\gamma \cdot \bar{R}}$</p>	<p>$\sqrt{\gamma \cdot \bar{R}}$</p>		<p>0</p>
<p>Nombre de Mach $\mathcal{M} = \frac{u}{a}$</p>	<p>0</p>		<p>$+\infty$</p>
<p>Enthalpie massique (en $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$) $\bar{H} = \bar{C}_P \cdot ($</p>	<p>\bar{H}_A (valeur max.)</p>		<p>(valeur min.) $-\bar{C}_P$</p>
<p>Entropie massique (en $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}$) $\bar{S} = \bar{C}_P \cdot \ln$ $-\bar{R} \cdot \ln$</p>	<p>$-\infty$</p>		<p>$+\infty$</p>

⚡ Nota Bene :

Comme le nombre de Mach \mathcal{M} varie entre 0 et $+\infty$, il existe une valeur de \bar{V} , de P , de u , de T , de a , de \bar{H} et de \bar{S} pour lesquelles le fluide est sonique.
Ce point permet de partager la courbe de Fanno en deux parties : une partie subsonique ($\mathcal{M} < 1$) et une partie supersonique ($\mathcal{M} > 1$).

La courbe de Fanno est tracée ci-après dans les plans (P, \bar{V}) , (T, \bar{S}) , (\bar{H}, \bar{S}) et (\mathcal{M}, \bar{S}) .



• **Remarque** : Calcul de \bar{V} lorsque le fluide est sonique (pour $\mathcal{M} = 1$) :

$$\mathcal{M} = 1 \Leftrightarrow u = a \Leftrightarrow u^2 = a^2 \text{ avec } \begin{cases} u = J \cdot \bar{V} > 0 \\ a = \sqrt{\gamma \cdot \bar{R} \cdot T} > 0 \end{cases}$$

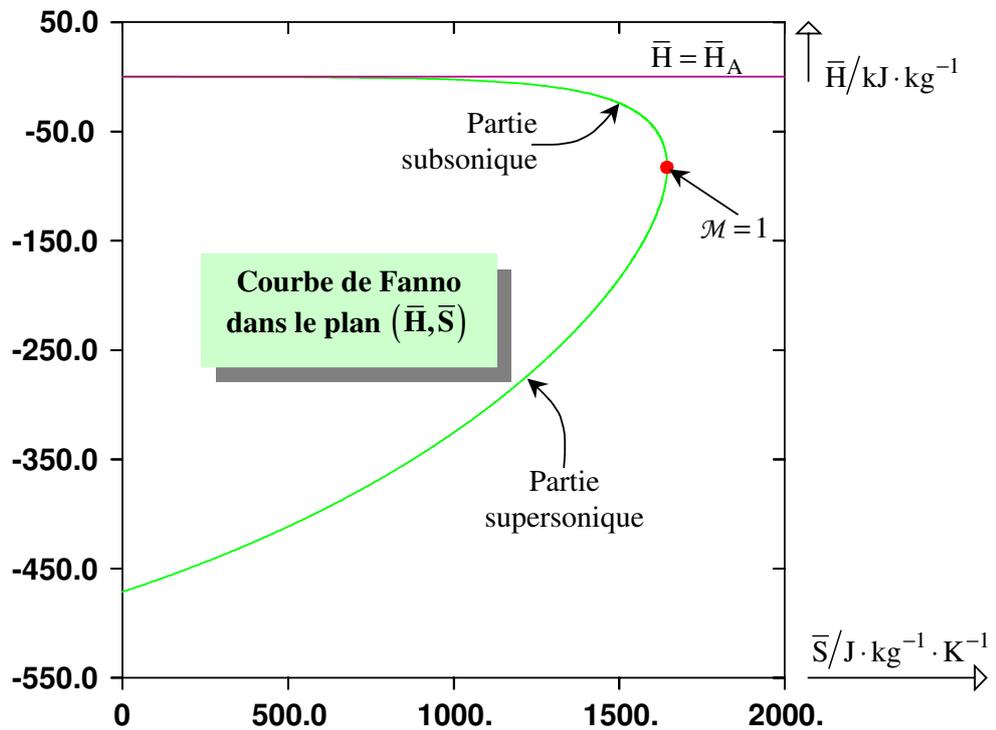
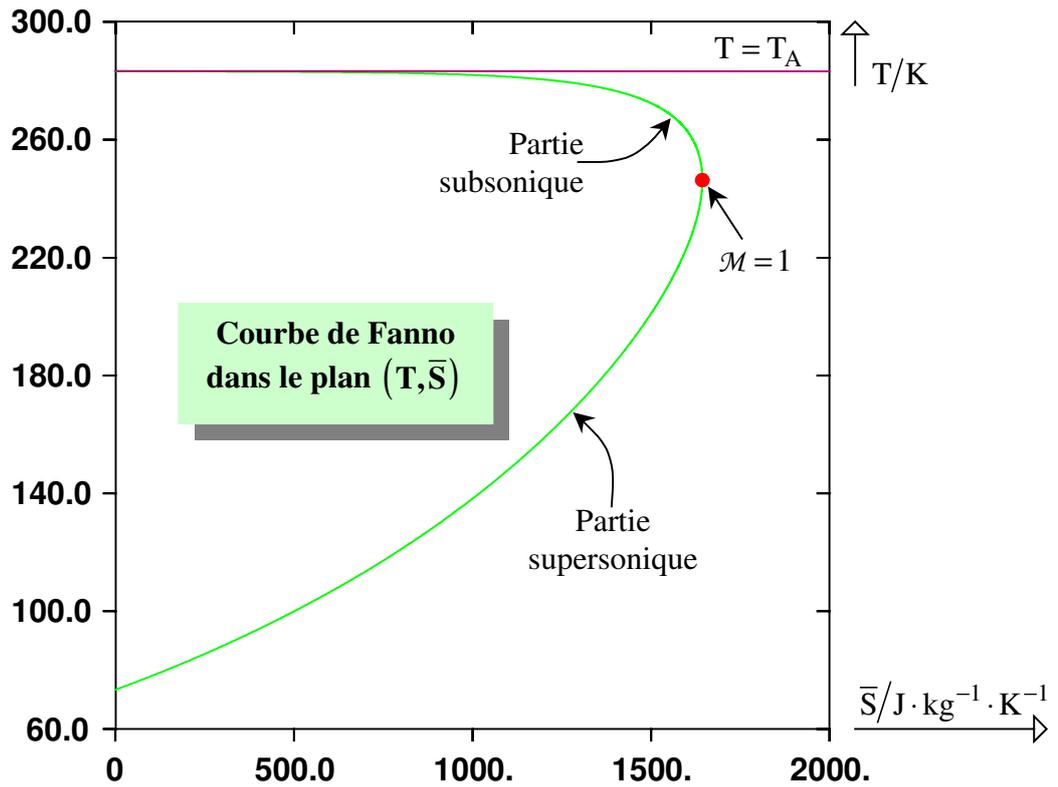
L'équation d'état des gaz parfaits s'écrit $P \cdot \bar{V} = \bar{R} \cdot T$ ou, compte tenu de la relation $u = J \cdot \bar{V}$:

$$P \cdot u = J \cdot \bar{R} \cdot T$$

De $T = \frac{P \cdot u}{J \cdot \bar{R}}$ et de $a^2 = u^2$, on déduit : $P = \frac{J \cdot u}{\gamma} = \frac{J^2 \cdot \bar{V}}{\gamma}$.

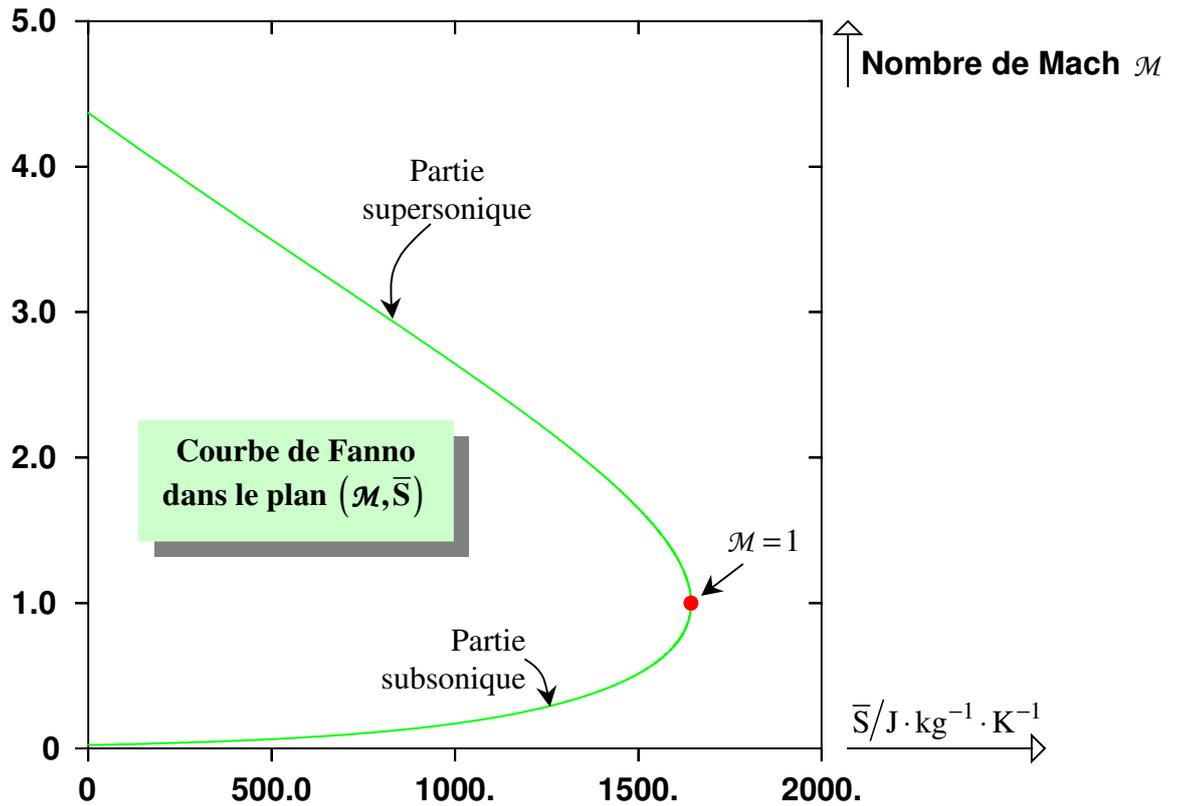
En injectant cette relation dans l'équation de la courbe de Fanno ($P \cdot \bar{V} + b \cdot \bar{V}^2 = k$), il vient :

$$\bar{V}_{\text{sonique}} = \sqrt{\frac{k \cdot \gamma}{J^2 + b \cdot \gamma}}$$



Nota Bene :

Dans la mesure où l'enthalpie massique \bar{H} est une fonction affine de la température, les courbes de Fanno dans les plans (T, \bar{S}) et (\bar{H}, \bar{S}) sont homothétiques l'une de l'autre.



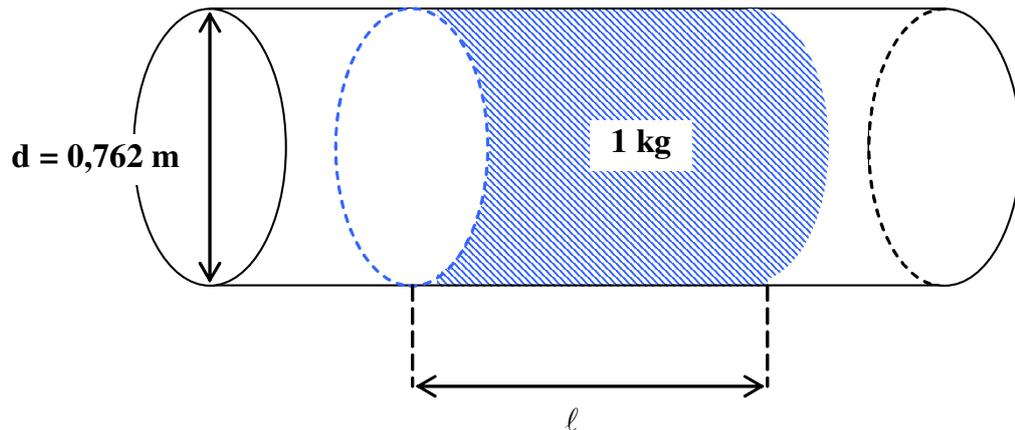
4. Expression du travail de la force de frottement

Par définition de la contrainte de frottement tangentielle, τ_p (exprimée en Pa), la force de frottement \bar{F} agissant sur la masse unité de fluide est :

$$\bar{F} = \tau_p \cdot \bar{S}$$

avec \bar{S} , la surface de la tuyauterie contenant l'unité de masse.

Afin de répondre à la question, il faut donc exprimer \bar{S} en fonction de \bar{V} et de d .



Soit l , la longueur de canalisation renfermant un kilogramme de fluide.
Dans ces conditions :

$$\bar{S} = \underbrace{\pi \cdot d}_{\text{périmètre du cercle}} \cdot l$$

Le volume \bar{V} de la canalisation renfermant un kilogramme de fluide est donné par :

$$\bar{V} = \pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot l$$

$$\text{soit : } l = \frac{4\bar{V}}{\pi \cdot d^2}$$

$$\text{Donc : } \bar{S} = \frac{4\bar{V}}{d}$$

$$\text{On obtient alors : } \bar{F} = \frac{4\bar{V}}{d} \cdot \tau_P$$

Le travail de cette force lors d'un déplacement élémentaire dx est donné par :

$$\delta\bar{W}(\bar{F}) = \bar{F} \cdot d\bar{x} = -\|\bar{F}\| \cdot dx$$

Ce travail est négatif car la force est opposée au déplacement.

On aura donc :

$$\delta\bar{W}(\bar{F}) = -\frac{4\bar{V}}{d} \cdot \tau_P \cdot dx \quad (dx > 0)$$

Nota Bene : Cette force est à l'origine d'une création d'entropie dans le système. En effet toute dégradation d'énergie par frottement est par définition source de création d'entropie (les mécaniciens des fluides parleraient de « perte de charge »). Dans la mesure où il n'y a pas d'autres sources de création d'entropie (en particulier le système est adiabatique, ce qui interdit toute création d'entropie par transfert thermique), on aura :

$$T \cdot \delta\bar{S}_C = -\delta\bar{W} = \frac{4\bar{V}}{d} \cdot \tau_P \cdot dx$$

5. Calcul de C_f

Dans la mesure où C_f est supposé constant de l'entrée à la sortie, il suffit de calculer le nombre de Reynolds dans les conditions d'entrée et d'utiliser la corrélation fournie.

$$\text{Par définition : } Re = \frac{\rho \cdot u \cdot d}{\mu} \text{ avec } \begin{cases} \rho = \frac{1}{\bar{V}} : \text{ masse volumique du fluide (kg} \cdot \text{m}^{-3}), \\ u : \text{ la vitesse du fluide (m} \cdot \text{s}^{-1}), \\ d : \text{ le diamètre de la conduite (m),} \\ \mu : \text{ la viscosité dynamique (Pa} \cdot \text{s).} \end{cases}$$

Donc :

$$Re = \frac{u \cdot d}{\bar{V} \cdot \mu} = 3,0744 \cdot 10^7 \text{ avec dans les conditions d'entrée : } \begin{cases} u_1 = 10,728 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \\ d = 0,762 \text{ m}, \\ \bar{V}_1 = 0,0245 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}, \\ \mu_1 = 1,087 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}. \end{cases}$$

Le nombre de Reynolds calculé vérifie : $10^5 \leq Re \leq 10^8$.

La corrélation de *Nikuradse* est donc applicable.

$$C_f = 4 \cdot 10^{-4} + 2,7265 \cdot 10^{-2} \times Re^{-0,237}$$

$$\text{Soit : } C_f = 8,582 \cdot 10^{-4} \text{ (sans dimension)}$$

6. Equation différentielle liant V à x

Le bilan enthalpique de premier principe a conduit à : $\bar{H} + \frac{u^2}{2} = \text{constante}$

qui sous sa forme différentielle s'écrit : $d\bar{H} + u \cdot du = 0$

Pour un kg de fluide, la variation de la fonction d'état enthalpie s'écrit : $d\bar{H} = T \cdot d\bar{S} + \bar{V} \cdot dP$

On obtient finalement : $T \cdot d\bar{S} + \bar{V} \cdot dP + u \cdot du = 0$ (2)

Par ailleurs, pour un système ouvert fonctionnant en régime permanent avec une entrée et une sortie de matière, le second principe de la thermodynamique s'écrit :

$$\bar{S}_R + \bar{S}_C = \bar{S}_{\text{sortie}} - \bar{S}_{\text{entrée}}$$

Soit sous forme différentielle : $d\bar{S} = \delta\bar{S}_R + \delta\bar{S}_C$.

Le gazoduc étant adiabatique, on vérifie : $\delta\bar{S}_R = 0$, et donc : $d\bar{S} = \delta\bar{S}_C$.

En remplaçant dans (2), on obtient l'équation différentielle caractéristique des écoulements adiabatiques en régime permanent :

$$T \cdot \delta\bar{S}_C + \bar{V} \cdot dP + u \cdot du = 0 \quad (3)$$

Afin d'avoir une équation différentielle reliant les variables \bar{V} et x , il faut exprimer chacun des termes de l'équation (3) en fonction de \bar{V} et de x .

• Terme $T \cdot \delta\bar{S}_C$:

$$\text{On a montré : } T \cdot \delta\bar{S}_C = \frac{4\bar{V}}{d} \cdot \tau_P \cdot dx, \text{ avec } \tau_P = \rho \cdot u^2 \cdot C_f = \frac{u^2}{\bar{V}} \cdot C_f.$$

Comme de plus, $u = J \cdot \bar{V}$:

$$\tau_p = \frac{J^2 \cdot \bar{V}^2}{\bar{V}} \cdot C_f = J^2 \cdot \bar{V} \cdot C_f$$

Ainsi :

$$T \cdot \delta \bar{S}_C = \frac{4\bar{V}}{d} \cdot J^2 \cdot \bar{V} \cdot C_f \cdot dx$$

Soit :

$$T \cdot \delta \bar{S}_C = \frac{4J^2}{d} \cdot \bar{V}^2 \cdot C_f \cdot dx \quad (4)$$

• **Terme $\bar{V} \cdot dP$:**

Nous avons vu à la question 2), que P était, en tout point de la canalisation, relié à \bar{V} par l'intermédiaire de la courbe de Fanno. L'équation de cette courbe s'écrit : $P \cdot \bar{V} + b \cdot \bar{V}^2 = k$.

Ainsi : $P = \frac{k}{\bar{V}} - b \cdot \bar{V} \Rightarrow dP = -k \cdot \frac{d\bar{V}}{\bar{V}^2} - b \cdot d\bar{V}$.

Finalement : $\bar{V} \cdot dP = -k \frac{d\bar{V}}{\bar{V}} - b \cdot \bar{V} \cdot d\bar{V}$ (5)

• **Terme $u \cdot du$:**

On a : $u = J \cdot \bar{V}$ donc : $du = J \cdot d\bar{V}$, et : $u \cdot du = J^2 \cdot \bar{V} \cdot d\bar{V}$ (6)

L'équation (3) devient :

$$\frac{4J^2}{d} \cdot \bar{V}^2 \cdot C_f \cdot dx - k \frac{d\bar{V}}{\bar{V}} - b \cdot \bar{V} \cdot d\bar{V} + J^2 \cdot \bar{V} \cdot d\bar{V} = 0$$

On sépare les variables en divisant par \bar{V}^2 :

$$\frac{4J^2}{d} \cdot C_f \cdot dx + (J^2 - b) \cdot \frac{d\bar{V}}{\bar{V}} - k \frac{d\bar{V}}{\bar{V}^3} = 0 \quad (7)$$

Si on intègre cette équation entre l'entrée du gazoduc ($x = 0$; $\bar{V} = \bar{V}_1$) et une abscisse x quelconque (à laquelle le volume massique vaut \bar{V}_x), on obtient :

$$\frac{4J^2}{d} \cdot C_f \cdot x + (J^2 - b) \cdot \ln\left(\frac{\bar{V}_x}{\bar{V}_1}\right) + \frac{k}{2} \cdot \left(\frac{1}{\bar{V}_x^2} - \frac{1}{\bar{V}_1^2}\right) = 0 \quad (8)$$

Le volume \bar{V}_2 du fluide en sortie est solution de l'équation (8) si l'on pose $x = L = 120 \cdot 10^3$ m et $\bar{V}_x = \bar{V}_2$.

On aura alors :

$$\frac{4J^2}{d} \cdot C_f \cdot L + (J^2 - b) \cdot \ln\left(\frac{\bar{V}_2}{\bar{V}_1}\right) + \frac{k}{2} \cdot \left(\frac{1}{\bar{V}_2^2} - \frac{1}{\bar{V}_1^2}\right) = 0$$

Par résolution numérique, on trouve : $\bar{V}_2 = 0,0630 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$. Le calcul des autres grandeurs est immédiat :

$$u_2 = J \cdot \bar{V}_2 = 27,609 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$P_2 = \frac{k}{\bar{V}_2} - b \cdot \bar{V}_2 = 23,303 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 23,303 \text{ bar} \quad (\text{équation de la courbe de Fanno})$$

$$T_2 = \frac{P_2 \cdot \bar{V}_2}{\bar{R}} = 283,01 \text{ K}$$

$$a_2 = \sqrt{\gamma \cdot \bar{R} \cdot T_2} = 436,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \text{ (célérité du son)}$$

$$\mathcal{M}_2 = \frac{u_2}{a_2} = 0,0632 \text{ (nombre de Mach)}$$

On vérifie ainsi qu'au fur et à mesure que le fluide avance, sa pression diminue (elle est passée de $P_1 = 60 \text{ bar}$ à $P_2 = 23,3 \text{ bar}$ sur une distance de 120 km). Dans le même temps, le gaz parfait se refroidit ($T_2 < T_1$), son volume massique \bar{V} augmente et sa vitesse croît. Cette dernière a été multipliée par un facteur 2,6 sur une distance de 120 km.

7. Puissance entropique créée au sein de la canalisation

L'entropie créée par seconde au sein de la canalisation, du fait de la présence de la force de frottement, est par définition :

$$\dot{S}_C = D \cdot \bar{S}_C \text{ avec } \begin{cases} D : \text{débit massique (kg} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}, \\ \bar{S}_C : \text{quantité d'entropie créée dans le système} \\ \text{par kilogramme de matière le traversant (J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}\text{)}. \end{cases}$$

Or, l'application du second principe à la canalisation conduit à :

$$\bar{S}_C = \bar{S}_2 - \bar{S}_1$$

Donc :
$$\dot{S}_C = D \cdot (\bar{S}_2 - \bar{S}_1)$$

S'agissant d'un gaz parfait, on peut, par exemple, exprimer la quantité $(\bar{S}_2 - \bar{S}_1)$ dans les variables T et P.

En effet :
$$d\bar{S} = \bar{C}_P \cdot \frac{dT}{T} - \bar{R} \cdot \frac{dP}{P} \quad \text{et} : \bar{C}_P = \bar{R} \cdot \frac{\gamma}{\gamma-1}.$$

Ainsi :
$$\dot{S}_C = D \cdot \bar{R} \cdot \left[\frac{\gamma}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) \right] = 97821,31 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1}$$

8. Calcul de la longueur critique LCR

La condition d'évolution des systèmes imposée par le second principe est :

$$T \cdot \delta \bar{S}_C \geq 0$$

Or, l'équation caractéristique relative aux écoulements adiabatiques pour des systèmes ouverts fonctionnant en régime permanent et ayant une entrée et une sortie de matière est :

$$T \cdot \delta \bar{S}_C + \bar{V} \cdot dP + u \cdot du = 0$$

Soit :

$$T \cdot \delta \bar{S}_C = (-\bar{V} \cdot dP) + (-u \cdot du)$$

$T \cdot \delta \bar{S}_C$ est donc la contribution de deux termes :

- Le premier $(-\bar{V} \cdot dP) > 0$: $dP < 0$ car la pression chute au fur et à mesure que le fluide avance (on a en effet trouvé $P_2 < P_1$).

- Le second $(-u \cdot du) < 0$: $du > 0$ car la vitesse du fluide augmente.

$$\text{Or nous savons que (cf. Eq.5 et Eq. 6) : } \begin{cases} \bar{V} \cdot dP = -k \cdot \frac{d\bar{V}}{\bar{V}} - b \cdot \bar{V} \cdot d\bar{V} \\ u \cdot du = J^2 \cdot \bar{V} \cdot d\bar{V} \end{cases}$$

Le second principe impose donc :

$$k \cdot \frac{d\bar{V}}{\bar{V}} + b \cdot \bar{V} \cdot d\bar{V} - J^2 \cdot \bar{V} \cdot d\bar{V} \geq 0$$

$$\text{Soit : } d\bar{V} \cdot \left[\frac{k}{\bar{V}} + \bar{V} \cdot (b - J^2) \right] \geq 0$$

Or : $d\bar{V} \geq 0$ (en effet, $u = J \cdot \bar{V}$ donc $du = J \cdot d\bar{V}$ et $du > 0$ donc \bar{V} augmente avec la longueur de la canalisation).

$$\text{Ainsi : } \frac{k}{\bar{V}} + \bar{V} \cdot (b - J^2) \geq 0$$

$$k \geq \bar{V}^2 \cdot (J^2 - b)$$

$$\bar{V} \leq \sqrt{\frac{k}{J^2 - b}}$$

Au fur et à mesure que le fluide avance dans la canalisation, \bar{V} augmente mais le second principe impose à \bar{V} de rester inférieur à une valeur limite : $\sqrt{\frac{k}{J^2 - b}}$.

Lorsque $\bar{V} = \sqrt{\frac{k}{J^2 - b}}$, $\delta\bar{S}_C$ devient nul par compensation des deux termes.

La valeur maximale que peut prendre \bar{V} en sortie de canalisation est donc :

$$\bar{V}_{2,\max} = \bar{V}_{CR} = \sqrt{\frac{k}{J^2 - b}} = 0,92883 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$$

La longueur de la canalisation correspondante est obtenue à partir de la forme intégrée de l'équation différentielle obtenue à la question 4) [équation (8)].

On aura :

$$\frac{4J^2}{d} \cdot C_f \cdot L_{CR} + (J^2 - b) \cdot \ln\left(\frac{\bar{V}_{CR}}{\bar{V}_1}\right) + \frac{k}{2} \cdot \left(\frac{1}{\bar{V}_{CR}^2} - \frac{1}{\bar{V}_1^2}\right) = 0$$

Et donc :

$$L_{CR} = \frac{(b - J^2) \cdot \ln\left(\frac{\bar{V}_{CR}}{\bar{V}_1}\right) + \frac{k}{2} \cdot \left(\frac{1}{\bar{V}_1^2} - \frac{1}{\bar{V}_{CR}^2}\right)}{\frac{4J^2}{d} \cdot C_f} = 140,747 \cdot 10^3 \text{ m} \quad (9)$$

On obtient alors :

$$\begin{aligned}
 u_{CR} &= u_{\max} = J \cdot \bar{V}_{CR} = 407,347 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \\
 P_{CR} &= P_{\min} = \frac{k}{\bar{V}_{CR}} - b \cdot \bar{V}_{CR} = 1,3742 \text{ bar} \\
 T_{CR} &= T_{\min} = \frac{P_{CR} \cdot \bar{V}_{CR}}{R} = 246,24 \text{ K} \\
 a_{CR} &= a_{\min} = \sqrt{\gamma \cdot R \cdot T_{CR}} = 407,347 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \\
 \mathcal{M}_{CR} &= \mathcal{M}_{\max} = \frac{u_{CR}}{a_{CR}} = 1,0 \text{ (le fluide est sonique)}
 \end{aligned}$$

Conséquence

Il est clair qu'au-delà de $L_{CR} = 140,75 \text{ km}$, le second principe interdit au régime précédent de se maintenir. Cela signifie que la vitesse ne peut plus augmenter, la pression ne peut plus baisser et **le fluide ne peut pas devenir supersonique**. Si on construisait un gazoduc d'une longueur $L > L_{CR}$, pour des valeurs identiques de T_1 et P_1 , il ne pourrait en **aucun cas** être parcouru par un débit égal à $200 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$. Seul un débit plus petit pourrait circuler dans le gazoduc. On peut dire que la valeur $D = 200 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ est le débit maximal que peut supporter le gazoduc de longueur $L_{CR} = 140,75 \text{ km}$ dans lequel le fluide devient sonique en sortie. La vitesse du son est la vitesse maximale que peut atteindre le fluide. **Si cette valeur est atteinte, elle est toujours atteinte en sortie**, et jamais au milieu du gazoduc (à une abscisse $x < L$ si L est la longueur du gazoduc).

Lors de la construction d'un long gazoduc dans lequel on veut imposer un débit massique D , il faut veiller à ce que le fluide ne devienne pas sonique, c'est-à-dire que la longueur de la canalisation reste toujours inférieure à la longueur critique. C'est la raison pour laquelle, on dispose le long du gazoduc des **stations de recompression** afin d'accroître la pression du fluide et afin de le ralentir.

9. Calcul du débit maximal que peut voir passer le gazoduc

Le débit sera maximal dans le gazoduc de longueur $L = 120,0 \text{ km}$ si le fluide est sonique dans les conditions de sortie.

Il suffit donc d'imposer $L_{CR} = 120,0 \text{ km}$ et de déterminer le débit correspondant.

L_{CR} et D sont reliés par l'équation (9).

D'après (9) :

$$L_{CR} = \frac{(b - J^2) \cdot \ln\left(\frac{\bar{V}_{CR}}{\bar{V}_1}\right) + \frac{k}{2} \cdot \left(\frac{1}{\bar{V}_1^2} - \frac{1}{\bar{V}_{CR}^2}\right)}{\frac{4J^2}{d} \cdot C_f} = 120,0 \cdot 10^3 \text{ m} \quad (10)$$

Ici, J , b , k , \bar{V}_{CR} et C_f sont fonction du débit massique D suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} J(D) = \frac{D}{A} \\ b(D) = \frac{\gamma-1}{2\gamma} J^2 \\ k(D) = P_1 \cdot \bar{V}_1 + b \cdot \bar{V}_1^2 \\ \bar{V}_{CR}(D) = \sqrt{\frac{k}{J^2 - b}} \\ u_1(D) = J \cdot \bar{V}_1 \\ Re(D) = \frac{u_1 \cdot d}{\bar{V}_1 \cdot \mu_1} \\ C_f(D) = 4 \cdot 10^{-4} + 2,7265 \cdot 10^{-2} \times Re^{-0,237} \end{array} \right. \quad (11)$$

En envoyant les équations (11) dans l'équation (10), on obtient une équation d'inconnue $D = D_{\max} = D_{CR}$.

Par résolution numérique, on trouve :

$$D_{CR} = 217,66 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

On a alors à partir des équations (11) :

$$\left\{ \begin{array}{l} J = 477,28 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \\ b = 26284,55 \text{ u.S.I.} \\ k = 146787,9 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \\ \bar{V}_{CR} = 0,8535 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \\ u_1 = 11,68 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \\ Re = 3,346 \cdot 10^7 \\ C_f = 8,491 \cdot 10^{-4} \end{array} \right.$$

$$\text{On a alors : } P_{CR} = \frac{k}{\bar{V}_{CR}} - b \cdot \bar{V}_{CR} = 149554,9 \text{ Pa} = 1,496 \text{ bar}.$$

Pour pouvoir obtenir $D = D_{CR}$, il faut donc que la pression aval soit inférieure à P_{CR} soit :

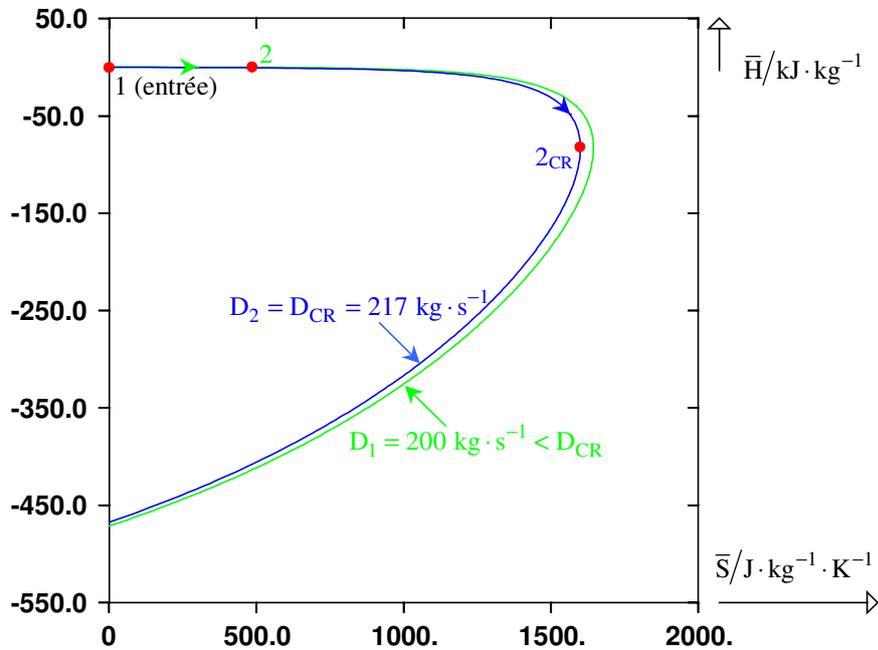
$$P_{\text{aval}} \leq 1,496 \text{ bar}$$

D'une façon générale, pour des conditions d'entrée données (T_1, P_1) , c'est toujours la pression aval qui conditionne l'écoulement, c'est-à-dire qui fixe le débit massique D .

→ Si $P_{\text{aval}} \leq P_{CR}$, le fluide est sonique en sortie et le débit est maximal. Il se produit alors une onde de détente en sortie.

→ Si $P_{CR} < P_{\text{aval}} \leq P_1$, le fluide atteindra en sortie la pression aval ce qui fixera le débit massique et la courbe de Fanno sur laquelle le fluide se déplace.

La figure ci-dessous représente le trajet suivi par le gaz parfait sur la courbe de Fanno correspondante. La courbe de Fanno verte a été tracée pour un débit $D_1 = 200 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$. Ce débit étant inférieur au débit critique, en sortie du gazoduc (point 2), le fluide est subsonique. La courbe de Fanno bleue a été tracée pour un débit égal au débit critique (débit maximum autorisé par le second principe). Le point représentatif du fluide en sortie du gazoduc est localisé à l'extrémité droite de la courbe de Fanno (point 2_{CR}). Il est alors sonique.



10. Tracé des grandeurs en fonction de l'abscisse x du gaz dans le gazoduc

Pour tracer l'évolution des propriétés du fluide en fonction de l'abscisse x du gaz dans la canalisation, il suffit de faire varier \bar{V}_x entre \bar{V}_1 et \bar{V}_{CR} . Pour chaque valeur de \bar{V}_x , on détermine x à partir de la formule :

$$x = \frac{(b - J^2) \cdot \ln\left(\frac{\bar{V}_x}{\bar{V}_1}\right) + \frac{k}{2} \cdot \left(\frac{1}{\bar{V}_1^2} - \frac{1}{\bar{V}_x^2}\right)}{\frac{4J^2}{d} \cdot C_f}$$

Le calcul des autres propriétés s'effectue à partir des équations suivantes :

$$u = J \cdot \bar{V}_x \qquad P = \frac{k}{\bar{V}_x} - b \cdot \bar{V}_x \qquad T = \frac{P \cdot \bar{V}_x}{R}$$

$$\mathcal{M} = \frac{u}{\sqrt{\gamma \cdot R \cdot T}} = \frac{J \cdot \bar{V}_x}{\sqrt{\gamma \cdot R \cdot T}}$$

⚡ **Nota Bene :** Dans la mesure où $u = J \cdot \bar{V}_x$, les courbes représentatives de u et de \bar{V} en fonction de x sont homothétiques l'une de l'autre. De ce fait, seules les variations de \bar{V} en fonction de x ont été tracées.

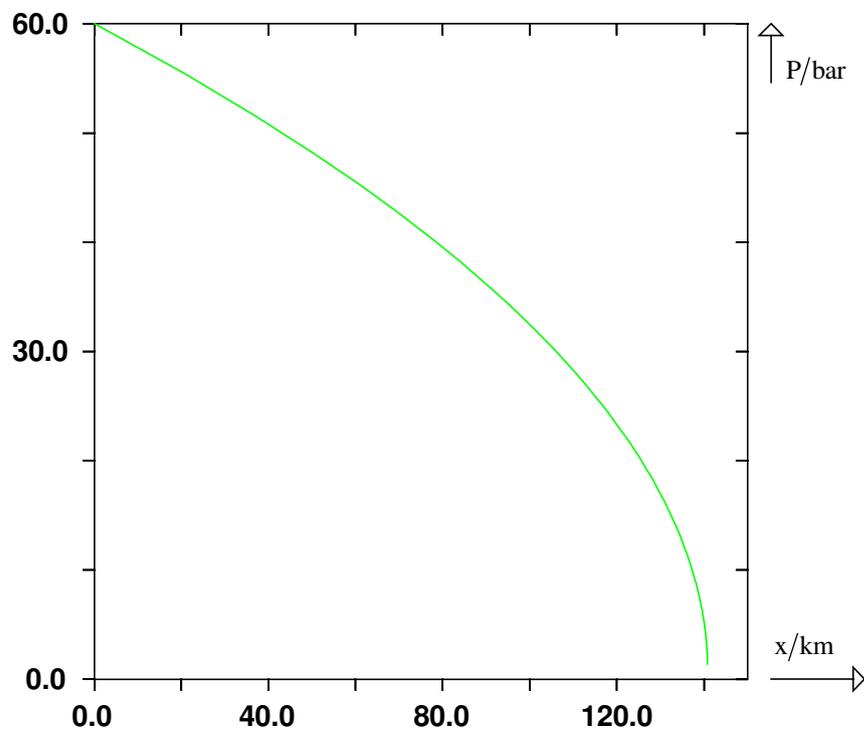
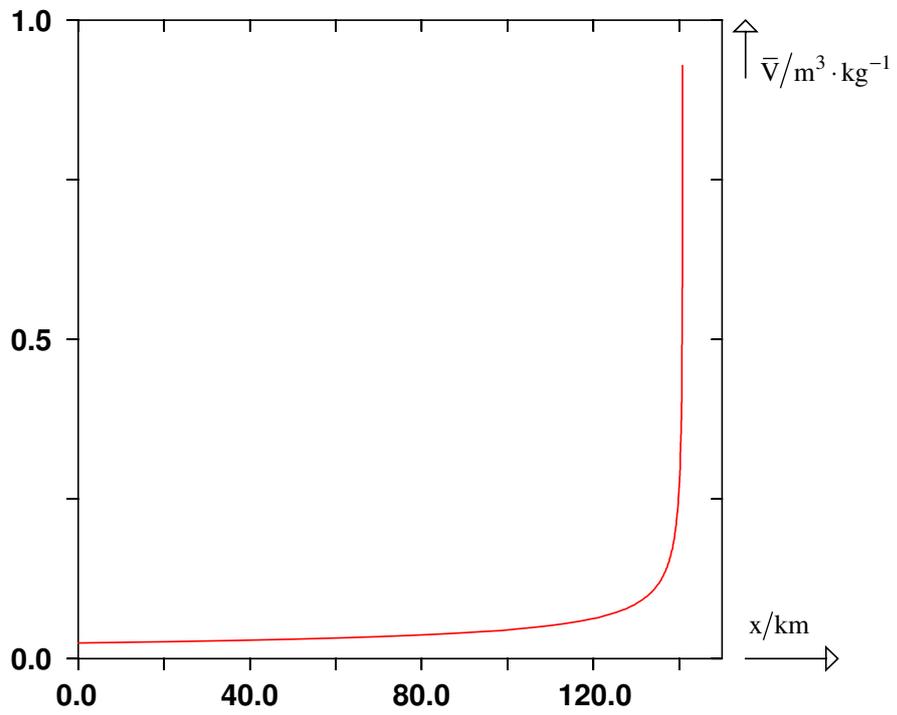
Les différentes courbes et le tableau de points correspondant sont donnés dans les pages qui suivent.

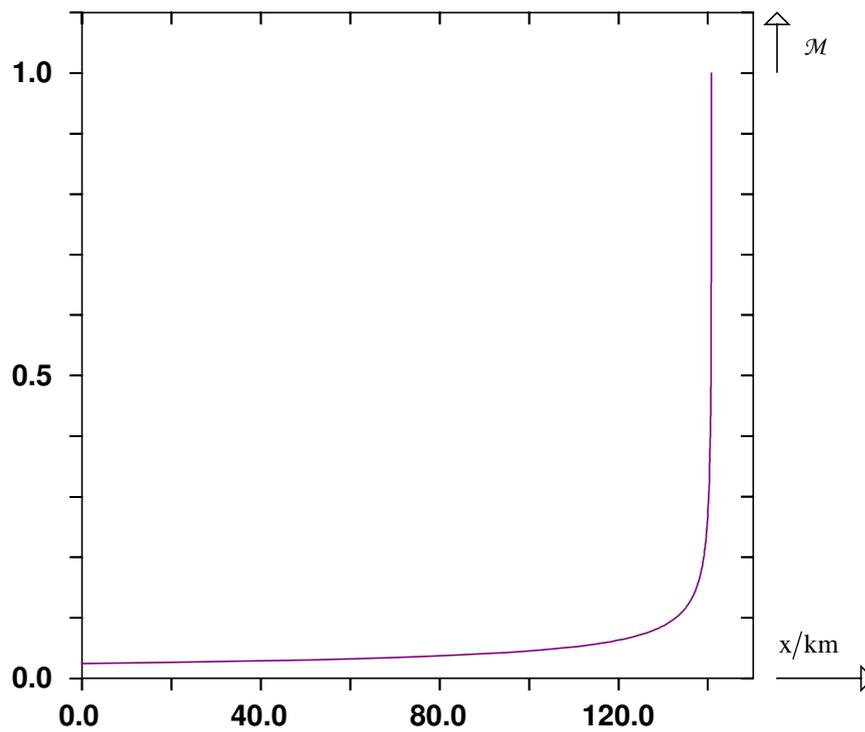
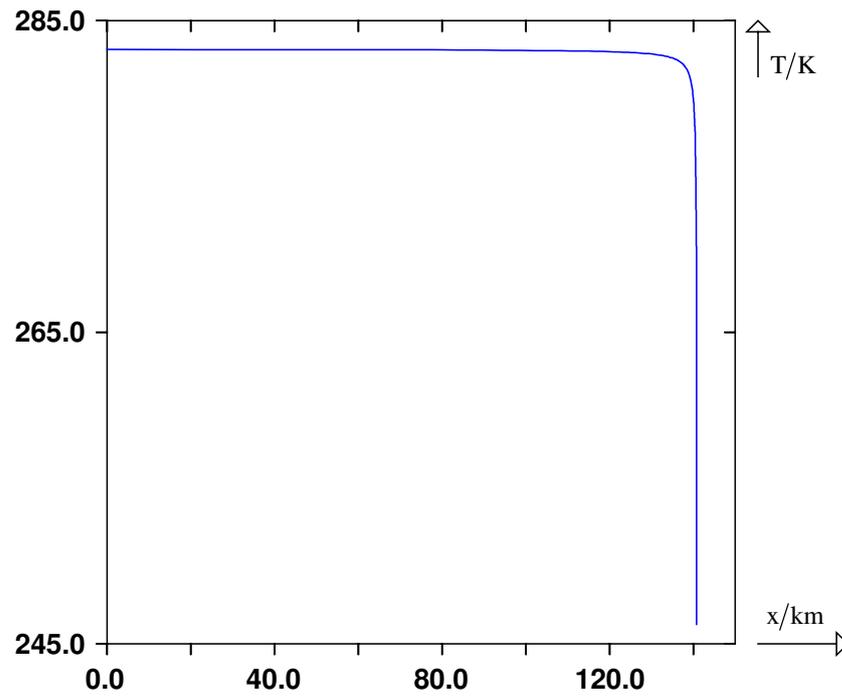
Evolution des propriétés du fluide en fonction de l'abscisse x dans le gazoduc

\bar{v}/m														
x/km														
u/m														
P/ba														
$T/°C$														
\mathcal{M}														

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Evolution des propriétés du fluide en fonction de l'abscisse x dans le gazoduc





On remarque sur ces courbes que sur les 139 premiers km, les propriétés du fluide varient de façon quasiment linéaires avec l'abscisse x du gaz dans le gazoduc. En revanche sur les deux derniers km ($139 \text{ km} < x < L_{CR}$), la variation des propriétés du gaz parfait devient extrêmement brutale.

9) Gazoduc sans frottement

Si on supprime les frottements, l'écoulement devient réversible. Comme il est adiabatique par hypothèse, il est donc **isentropique**.

En introduisant $T \cdot \delta \bar{S}_C = 0$ dans l'équation des écoulements adiabatiques en régime permanent, on obtient :

$$\bar{V} \cdot dP + u \cdot du = 0$$

$$\text{Comme : } \begin{cases} \bar{V} \cdot dP = -k \cdot \frac{d\bar{V}}{\bar{V}} - b \cdot \bar{V} \cdot d\bar{V} \\ u \cdot du = J^2 \cdot \bar{V} \cdot d\bar{V} \end{cases}, \text{ on doit avoir en tout point du gazoduc :}$$

$$d\bar{V} \cdot \left[\frac{k}{\bar{V}} + \bar{V} \cdot (b - J^2) \right] = 0$$

L'équation précédente s'annule si en tout point :

$$d\bar{V} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{k}{\bar{V}} + \bar{V} \cdot (b - J^2) = 0$$

Or : $\frac{k}{\bar{V}} + \bar{V} \cdot (b - J^2) = 0$ n'est pas nul dans les conditions d'entrée.

On aura donc forcément : $d\bar{V} = 0 \Rightarrow \bar{V} = \text{constante}$.

Alors : $u = J \cdot \bar{V} = \text{constante}$.

D'après le premier principe : $\bar{H} + \frac{u^2}{2} = \text{constante}$.

Comme $u = \text{constante}$ alors $\bar{H} = \text{constante}$.

De même :

$$P = \frac{k}{\bar{V}} - b \cdot \bar{V} = \text{constante}$$

$$T = \frac{P \cdot \bar{V}}{R} = \text{constante}$$

$$a = \sqrt{\gamma \cdot R \cdot T} = \text{constante}$$

$$\mathcal{M} = \frac{u}{a} = \text{constante}$$

On peut donc en conclure qu'au cours d'un écoulement isentropique, dans une canalisation de section constante fonctionnant en régime permanent, les propriétés du fluide ne varient pas. Le système est dans un **état stationnaire**.

Guide de l'utilisateur du fichier *gazoduc_gp.xls*

- 1) Le fichier *gazoduc_gp.xls* n'est compatible qu'avec des versions de Microsoft Excel supérieures à Excel 97.
- 2) Pour que le programme fonctionne, il est impératif que l'utilisateur d'Excel autorise l'exécution de macros (les macros sont des petits programmes que l'on exécute d'un simple clic).
Sous Microsoft office Excel 2003, le contrôle de l'exécution de macros s'effectue à partir de l'onglet **Outils / Macro / Sécurité...** Il est conseillé de choisir un niveau de sécurité moyen.

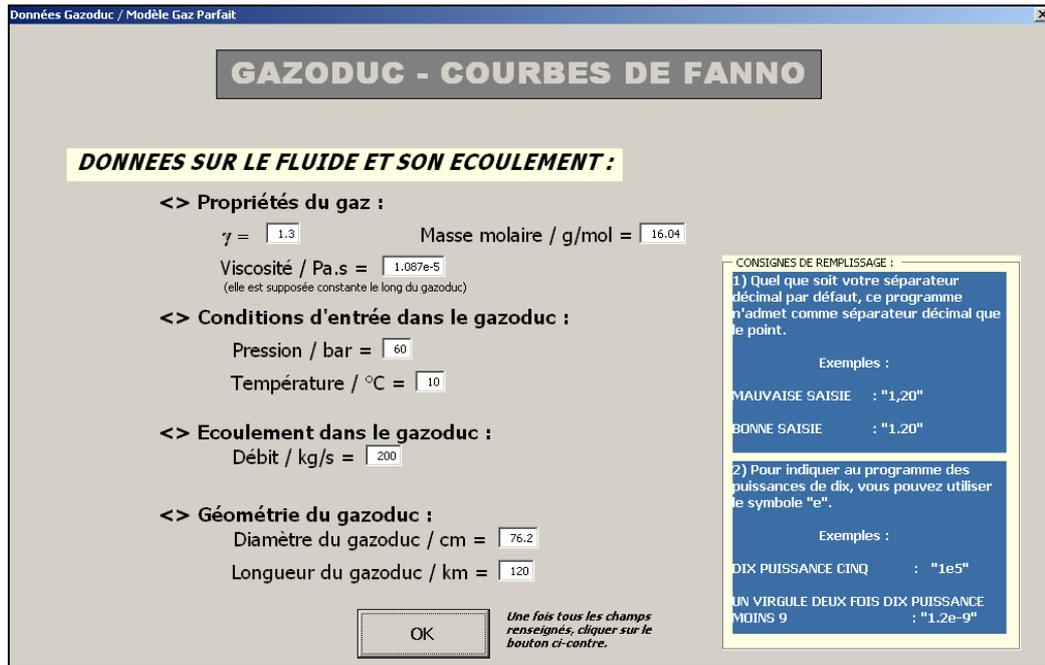
En optant pour cette solution, à chaque fois que l'utilisateur cherche à ouvrir un fichier contenant une macro, il est averti de l'existence de la macro et peut choisir à son gré d'ouvrir ou non le fichier.

- Le programme s'ouvre sur la fenêtre suivante :



• Figure 1 : Page d'accueil du programme *gazoduc_gp*

- Après avoir cliqué sur le bouton *CONTINUER*, l'utilisateur parvient sur la fenêtre ci-dessous dans laquelle il peut indiquer les données de l'énoncé.

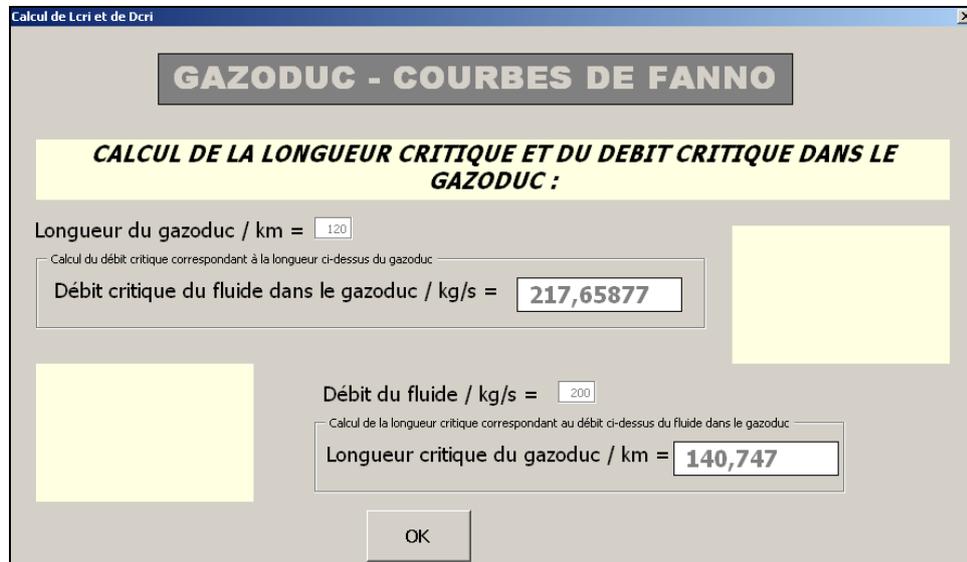


• Figure 2 : Fenêtre de renseignement des données du problème

Il est par ailleurs précisé à l'utilisateur de toujours utiliser comme séparateur décimal le point. Une fois les données renseignées, l'utilisateur clique sur *OK*.

• La fenêtre suivante donne les résultats des calculs :

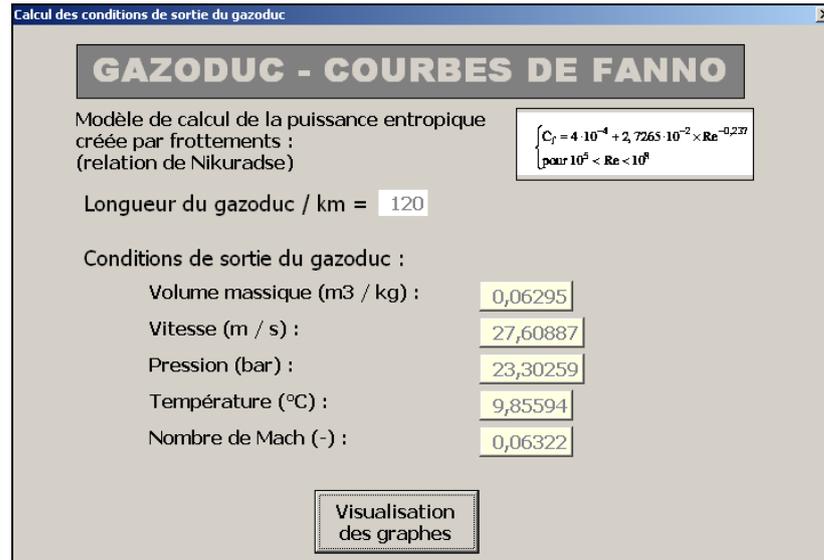
- du débit critique D_{CR} à L fixée, L étant la longueur du gazoduc,
- de la longueur critique L_{CR} à D fixée, D étant le débit du fluide dans le gazoduc.



• Figure 3 : Calculs de D_{CR} et L_{CR}

• Une fois qu'il a pris connaissance de ces résultats, l'utilisateur peut cliquer sur *OK* et découvrir les résultats fournis par la fenêtre suivante.

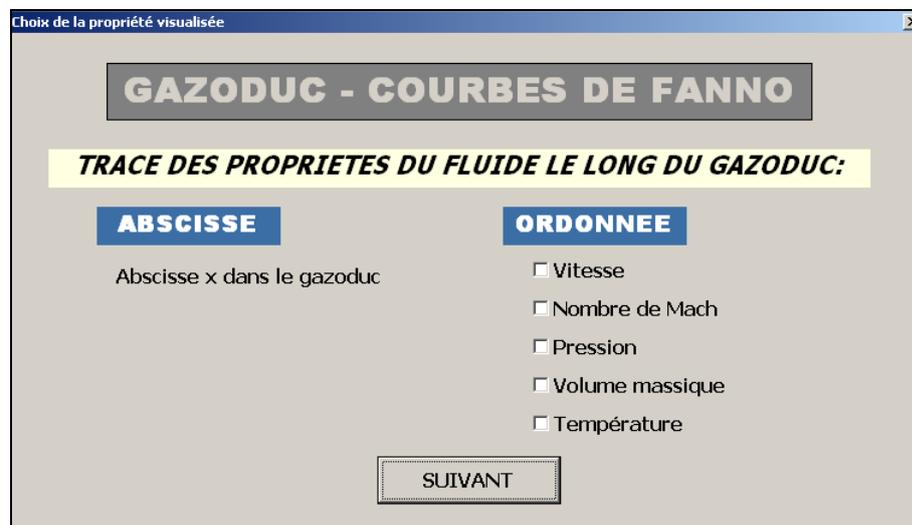
Celle-ci donne la valeur de la vitesse du fluide, de sa pression, de sa température, de son volume massique et du nombre de Mach en sortie de gazoduc :



• Figure 4 : Valeurs de \bar{V} , u, P, T et \mathcal{M} en sortie de gazoduc

Pour continuer, l'utilisateur clique sur *VISUALISATION DES GRAPHES*. Le but de la séquence qui suit est de visualiser l'évolution d'une propriété du fluide (\bar{V} , u, P, T ou \mathcal{M}) en fonction de l'abscisse x du fluide dans le gazoduc.

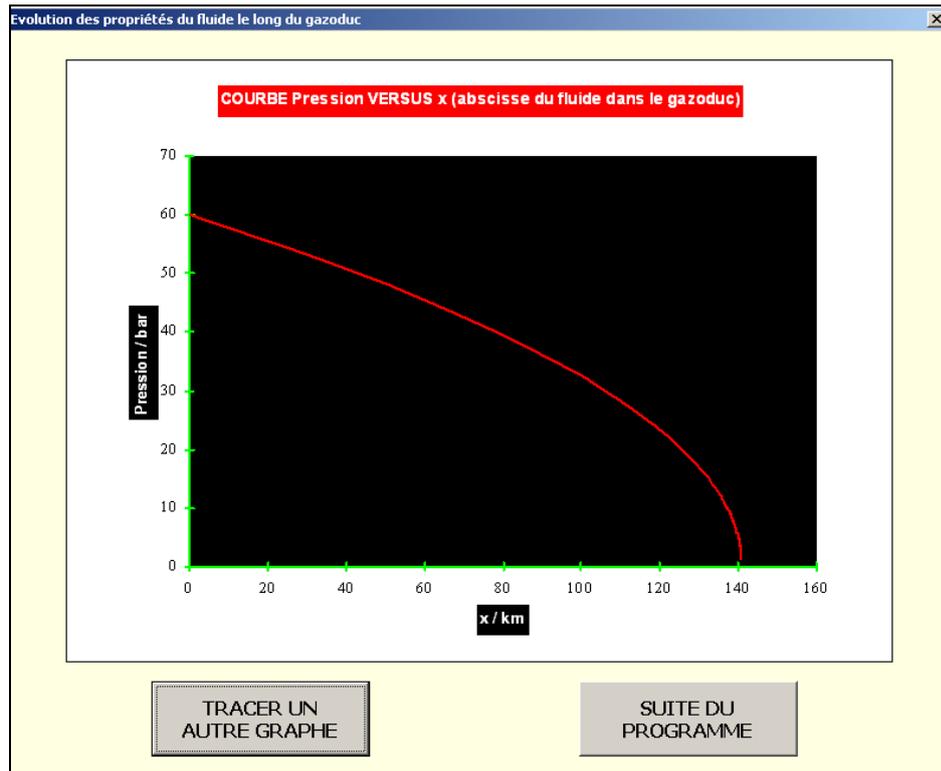
- Cette fenêtre permet à l'utilisateur de choisir la propriété qu'il souhaite tracer en fonction de x. Il lui suffit de cocher la case correspondant à la propriété qu'il souhaite visualiser.



• Figure 5 : Choix par l'utilisateur de la propriété à tracer en fonction de x

Remarque : si l'utilisateur coche par mégarde une propriété qu'il ne souhaite pas visualiser, il lui suffit de décocher cette case pour voir réapparaître toutes les propriétés.

- Après avoir coché une propriété, l'utilisateur appuie sur *SUIVANT* et voit apparaître une fenêtre du type ci-dessous :



• Figure 6 : Visualisation d'une propriété du fluide le long du gazoduc

L'utilisateur peut à présent choisir de visualiser une autre propriété du fluide en cliquant sur *TRACER UN AUTRE GRAPHE*.

- En choisissant *SUITE DU PROGRAMME*, l'utilisateur parvient à la partie du programme traitant du tracé des courbes de Fanno dans n'importe quel plan. Un fenêtre d'information apparaît alors informant l'utilisateur des température et pression de référence choisies pour calculer les entropie et enthalpie massiques du fluide.

• Figure 7 : Choix des références pour le calcul des enthalpie et entropie massiques

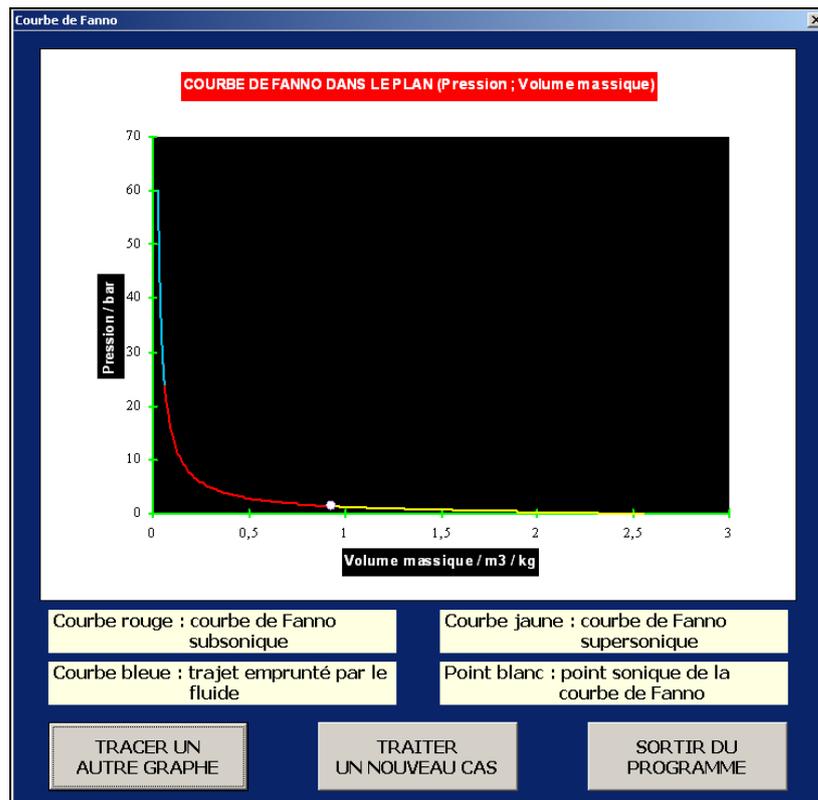
- En cliquant sur *SUIVANT*, le programme effectue d'abord le calcul des courbes de Fanno puis aiguille l'utilisateur vers une fenêtre lui permettant de choisir le plan qu'il souhaite visualiser.



• Figure 8 : Choix du plan pour représenter la courbe de Fanno

Remarque : Là également, si l'utilisateur coche par mégarde une propriété qu'il ne souhaite pas visualiser, il lui suffit de décocher cette case pour voir réapparaître toutes les propriétés.

• L'utilisateur clique alors à nouveau sur *SUIVANT* ; le programme affiche alors la courbe de Fanno dans le plan choisi.



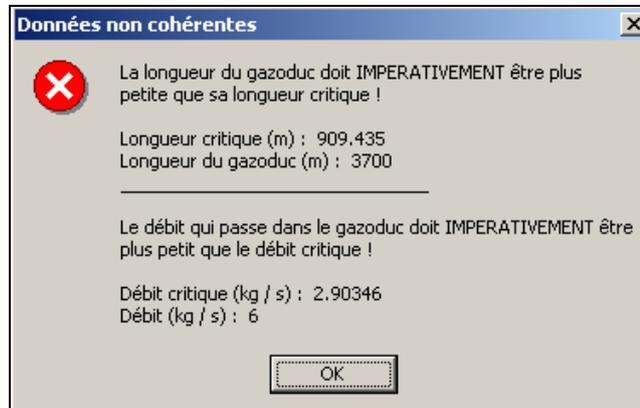
• Figure 9 : Représentation de la courbe de Fanno dans un plan choisi

Comme précédemment, l'utilisateur peut choisir un autre plan en cliquant sur *TRACER UN AUTRE GRAPHE* ou sortir du programme en cliquant sur *SORTIR DU PROGRAMME*.

III.3) Remarques

PREMIERE REMARQUE :

Si l'utilisateur rentre des données telles que la longueur du gazoduc est plus grande que la longueur critique, telles que le débit de fluide à travers le gazoduc est plus grand que le débit critique, un message d'erreur similaire au message suivant apparaît :



• Figure 10 : Limites du programme

Dans le cas où le débit et la longueur sont plus grands que leurs valeurs critiques respectives, le gazoduc ne peut pas fonctionner.

Il lui sera impossible d'atteindre un régime permanent avec des valeurs de débit et de longueur supérieures aux valeurs critiques.

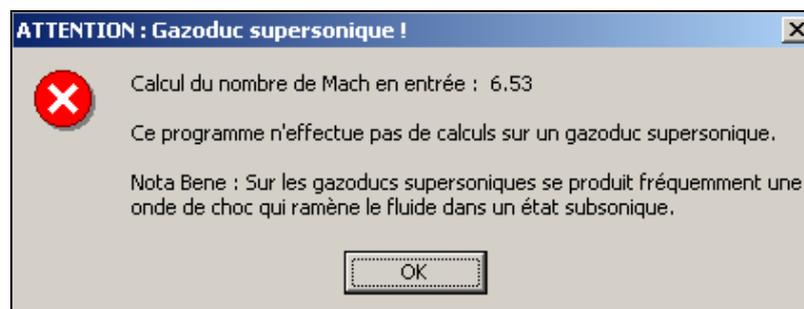
Dans un tel cas, le système se réorganiserait pour que le débit le traversant soit inférieur à sa valeur critique.

C'est la raison pour laquelle, lorsqu'un tel message d'erreur apparaît, l'utilisateur est invité à revoir ses données d'entrée.

SECONDE REMARQUE :

Le programme n'est pas prévu pour traiter d'un gazoduc qui accueillerait un fluide supersonique en entrée.

Si l'utilisateur rentre des conditions d'entrée telles que : $\mathcal{M}_1 \geq 1$, le message d'erreur suivant apparaît :



• Figure 11 : Avertissement dans le cas d'un gazoduc supersonique

Dans ce cas, l'utilisateur est invité à revoir ses données d'entrée.