

15.4 TURBINES

Les modèles de turbines que nous considérerons ici sont basés sur ceux qui sont décrits section 4.5 du tome 1. Très souvent, les modèles retenus reposent sur l'hypothèse que le comportement des turbines adiabatiques peut être représenté avec une précision raisonnable par deux paramètres : le rendement isentropique classique η_s , et une grandeur K_0 appelée constante de cône ou de Stodola, qui caractérise le débit nominal.

15.4.1 CARACTERISTIQUES DES TURBINES

Dans le cas d'une turbine (figure 4.5.4 du tome 1), c'est conventionnellement le rapport de pression qui est utilisé en abscisse. En ordonnée, on trouve le débit massique corrigé ou l'efficacité isentropique de la machine. Il est bien entendu qu'il est aussi possible de retenir le même repère que pour les turbocompresseurs. Le paramètre des courbes est la vitesse de rotation corrigée, qui ne joue ici qu'un rôle secondaire.

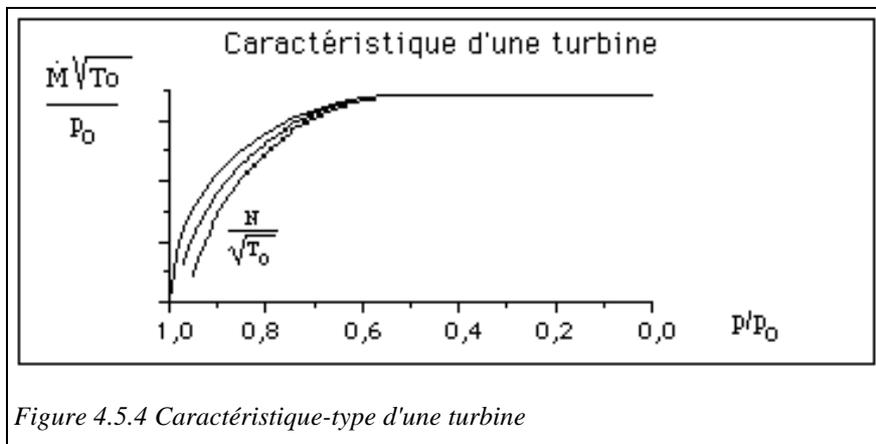


Figure 4.5.4 Caractéristique-type d'une turbine

On constate la grande souplesse d'adaptation des turbines aux différents régimes de fonctionnement : ce n'est que lorsqu'on veut très fortement réduire le rapport de pression ou la vitesse de rotation que les performances tendent à se dégrader.

Cette souplesse tient en particulier à la stabilité d'écoulement dans les aubages liée au gradient de pression qui y règne. Mais, ce qui est surtout remarquable, c'est la stabilité du débit vers les hauts rapports de pression, qui provient du régime supersonique qui s'établit dans une partie au moins de la machine (le débit est dit choqué à l'endroit où la vitesse du son est atteinte).

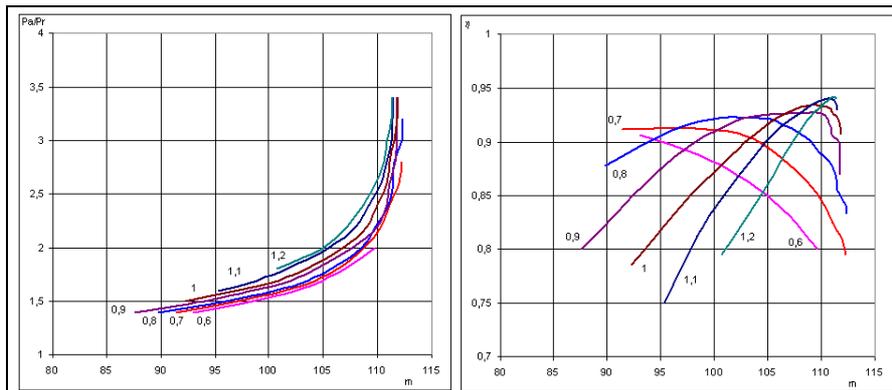


Figure 15.4.1 : Caractéristiques de turbine aéronautique

La valeur limite atteinte par le débit, dès que le rapport de pression excède le rapport critique, appelé débit critique, est proportionnelle à la section au col, laquelle est bien évidemment indépendante de la vitesse de rotation, ce qui explique la faible influence de ce paramètre.

La figure 15.4.1 donne l'allure des caractéristiques d'une turbine aéronautique, pour différentes vitesses de rotation, dans le repère habituel des turbocompresseurs. Elles montrent bien que l'influence de ce paramètre ne peut pas être négligée dès lors que l'on veut être précis. Etant donné que la zone utile des caractéristiques est très réduite, on peut les représenter en prenant comme abscisse le produit du débit corrigé par la vitesse corrigée, ce qui conduit aux tracés de la figure 15.4.2.

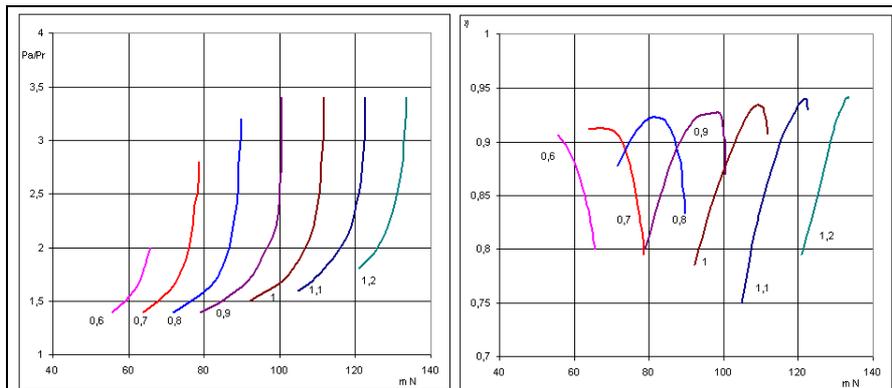


Figure 15.4.2 : Caractéristiques modifiées de turbine aéronautique

15.4.2 LOI DONNANT LE RENDEMENT ISENTROPIQUE

Pour le rendement isentropique, l'allure des caractéristiques des figures 15.4.1 et 15.4.2 montre qu'une représentation par des courbes polynomiales fonction du débit peut permettre une bonne précision. Il est aussi possible de retenir une équation fonction du rapport de détente très simple à identifier, du type $y = a + b x + c x^2$, analogue à la loi (14.1.2 bis) des compresseurs volumétriques.

$$\eta_s = K_1 + K_2 \cdot \frac{P_r}{P_a} + K_3 \cdot \left(\frac{P_r}{P_a}\right)^2 \quad (15.4.1)$$

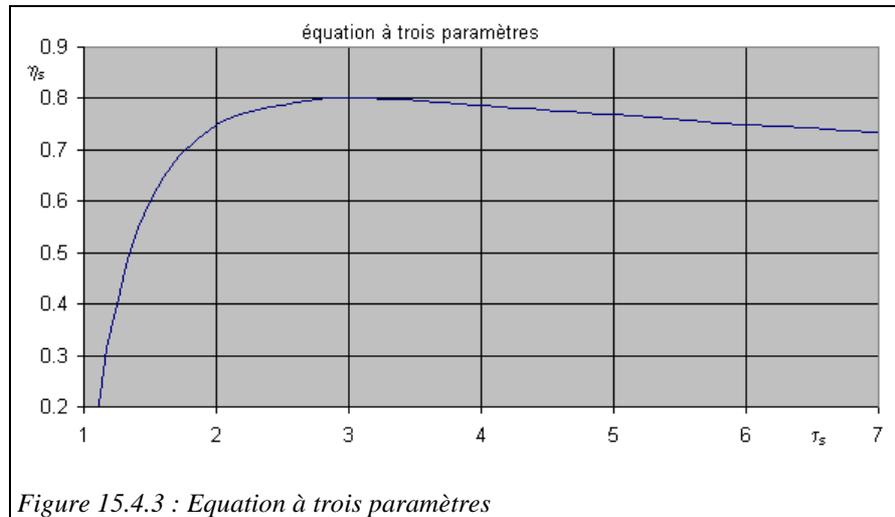


Figure 15.4.3 : Equation à trois paramètres

On notera qu'elle s'exprime linéairement en fonction du rapport de détente et de son carré. Ses paramètres présentent l'intérêt d'avoir un sens physique, puisqu'elle peut se réécrire sous la forme suivante (15.10).

$$\eta_s = \eta_{\text{lim}} + (\eta_{\text{max}} - \eta_{\text{lim}}) \cdot \left(2 \left[\tau_{\text{max}} \frac{P_r}{P_a} \right] - \left[\tau_{\text{max}} \frac{P_r}{P_a} \right]^2 \right) \quad (15.4.2)$$

η_{lim} est la valeur asymptotique du rendement isentropique pour les hauts rapports de détente, et η_{max} la valeur maximale du rendement, obtenue pour un rapport de détente égal à τ_{max} .

Connaissant K_1 , K_2 et K_3 , on obtient très facilement ces valeurs :

$$\eta_{\text{lim}} = K_1$$

$$\eta_{\text{max}} = K_1 - \frac{K_2^2}{4 K_3}$$

$$\tau_{\text{max}} = -2 \frac{K_3}{K_2}$$

La figure 15.4.3 correspond à $\eta_{\text{lim}} = 0,6$, $\eta_{\text{max}} = 0,8$, et $\tau_{\text{max}} = 3$.

L'estimation des K_i à partir des paramètres physiques ne pose aucune difficulté :

$$K_1 = \eta_{\text{lim}}$$

$$K_2 = \frac{\tau_{\text{max}}}{2} (\eta_{\text{max}} - \eta_{\text{lim}})$$

$$K_3 = -\frac{\tau_{\text{max}}}{4} (\eta_{\text{max}} - \eta_{\text{lim}})$$

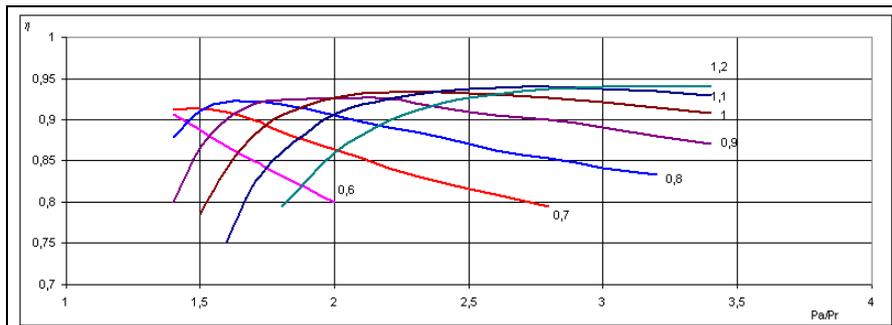


Figure 15.4.4 : Rendement isentropique d'une turbine aéronautique

Cette loi dépend de la vitesse de rotation N , η_{lim} en étant généralement une fonction croissante, comme l'illustre bien la figure 15.4.4, qui montre le tracé du rendement isentropique de la turbine aéronautique présentée plus haut, en fonction du rapport de détente.

15.4.3 REGLE DU CONE DE STODOLA

Comme nous l'avons vu section 4.3.3 du tome 1, les constructeurs conçoivent leurs turbomachines en respectant, pour les différents étages, des règles de similitude : leur facteur de débit ϕ et leur facteur d'enthalpie ψ peuvent généralement être considérés comme constants pour une turbine donnée.

Avec les notations du tome 1 :

- le facteur de débit ϕ est égal au rapport des deux nombres de Mach représentatifs des écoulements dans les machines, $(Ma)_c$ et $(Ma)_u$ soit Cf/U , Cf et U étant respectivement les vitesses débitante et circumférentielle ;
- le facteur d'enthalpie ψ vaut $2 |\Delta h_s| / U^2$.

Par ailleurs, l'équation fournissant le débit peut être obtenue, pour une turbine multiétagée (figure 15.4.5) en raisonnant de la manière suivante [Kane, 2002].

L'équation de continuité s'écrit, A_i étant la section de sortie de l'étage i :

$$\dot{m} = \frac{A_i Cf}{v} \quad (15.4.3)$$

$$\dot{m} = \frac{A_i U \phi}{v} \quad (15.4.4)$$

$$\dot{m} = \frac{A_i \phi \sqrt{2 |\Delta h_s|}}{v \sqrt{\psi}} \quad (15.4.5)$$

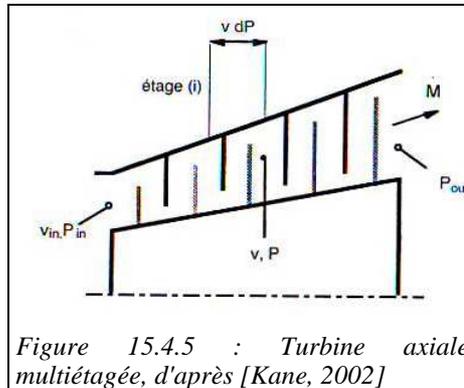


Figure 15.4.5 : Turbine axiale multiétagée, d'après [Kane, 2002]

En supposant l'évolution polytropique, $|\Delta h_s|$ peut être remplacé par $v \, dP / \eta_p$. En élevant ses deux membres au carré, (15.4.5) peut se réécrire :

$$\frac{\psi}{2} \left[\frac{\dot{m}}{\varphi A_i} \right]^2 = \frac{dP}{\eta_p v} \quad (15.4.6)$$

Cette équation s'intègre sur toute la longueur de la turbomachine, et donne :

$$\sum_i \frac{\psi}{2} \left[\frac{\dot{m}}{\varphi A_i} \right]^2 = \frac{P_{in} v_{in}}{\eta_p} \int_{P_{in}}^{P_{out}} P^{1/k} dP \quad (15.4.7)$$

Tous calculs faits on aboutit à la règle dite du cône, due à Stodola :

$$\dot{m} \sqrt{\frac{v_{in}}{P_{in}}} = K_0 \sqrt{1 - \left[\frac{P_{out}}{P_{in}} \right]^{(k+1)/k}} \quad (15.4.8)$$

$$\frac{\dot{m} \sqrt{r T_{in}}}{P_{in}} = K_0 \sqrt{1 - \left[\frac{P_{out}}{P_{in}} \right]^{(k+1)/k}} \quad (15.4.9)$$

avec

$$K_0 = \varphi \sqrt{\frac{2}{\psi} \frac{k}{\eta_p (k+1)} \frac{1}{\sum A_i^2}} \quad (15.4.10)$$

K_0 est appelée constante de Stodola ou de cône. Elle dépend à la fois des caractéristiques constructives, de la qualité de la transformation et des propriétés du fluide, qui varient peu en fonction du rapport de détente.

Les expressions (15.4.8) et (15.4.9) sont équivalentes pour les gaz parfaits (rappelons que l'on a fait l'hypothèse implicite que le fluide suit bien cette loi pour calculer (15.4.7)). Il est ainsi possible, en régime nominal, de calculer la valeur de K_0 , puis, en fonction des conditions d'utilisation, de déterminer le nouveau débit qui traverse la turbine.

La valeur de l'exposant polytropique k est, pour la vapeur d'eau et des turbines modernes, voisine de 1,2 à 1,3. Dans ces conditions, $(k + 1)/k$ vaut environ 1,7 à 1,8, ce qui est proche de 2. C'est pourquoi il est courant de retrouver dans la littérature la règle de Stodola écrite sous la forme (15.4.11). Il s'agit d'une forme quadratique dans l'espace $(\dot{m}, P_{in}, P_{out})$, ce qui justifie l'appellation de règle du cône (figure 15.4.6).

$$T_{in} \frac{\dot{m}^2}{K} = P_{in}^2 - P_{out}^2 \quad (15.4.11)$$

Cette expression se simplifie encore lorsque P_{out} est négligeable devant P_{in} ou que le débit est choqué, conduisant à :

$$\frac{\dot{m} \sqrt{T_{in}}}{P_{in}} = C_{ste} \quad (15.4.12)$$

La règle du cône n'est valable que tant que le débit reste inférieur à une valeur limite, qui est atteinte lorsque les conditions soniques s'établissent au col des tuyères du stator.

Pour un étage de turbine, le rapport critique est donné (pour l'isentropique) par l'équation (15.4.13). Pour n étages, il est élevé à la puissance n .

$$\frac{P_{in}}{P_{out}} = \left[\frac{2}{\gamma + 1} \right]^{(\gamma + 1)/2(\gamma - 1)} \quad (15.4.13)$$

La règle du cône due à Stodola s'applique généralement assez bien lorsque la turbine tourne à vitesse constante et avec une température d'admission peu variable. Lorsque la vitesse varie significativement, les résultats expérimentaux montrent généralement que son influence sur la caractéristique peut ne plus être négligeable (figure 15.4.1),

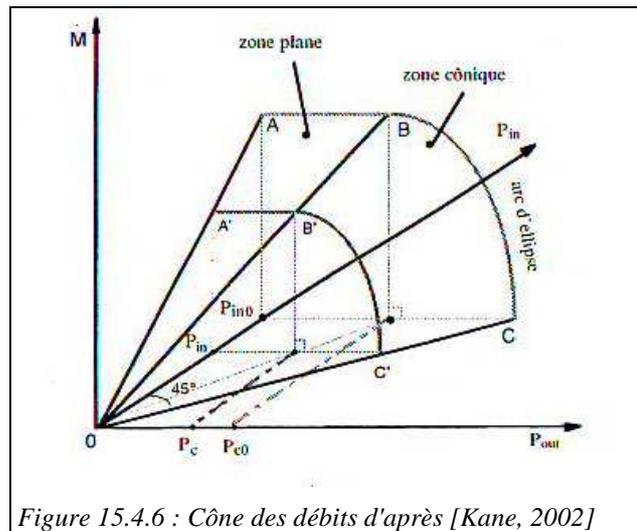


Figure 15.4.6 : Cône des débits d'après [Kane, 2002]

de telle sorte que, si l'on veut être précis, il faut en tenir compte, en utilisant une cartographie de la turbine. Lorsque les conditions d'admission s'écartent sensiblement de celles pour lesquelles K_0 a été déterminée, la règle du cône doit être utilisée avec une certaine prudence.

La figure 15.4.7 montre l'allure des caractéristiques d'une turbine radiale basée sur les résultats d'essais fournis par [Rogers, Colin, 1966], pour différentes vitesses, en pourcentage de la vitesse nominale de rotation. L'influence de la vitesse pour les faibles débits est assez sensible.

Une identification de la constante K_0 conduit à une valeur voisine de 0,89, mais les reconstitutions à faible débit peuvent conduire à des erreurs de près de 20 %.

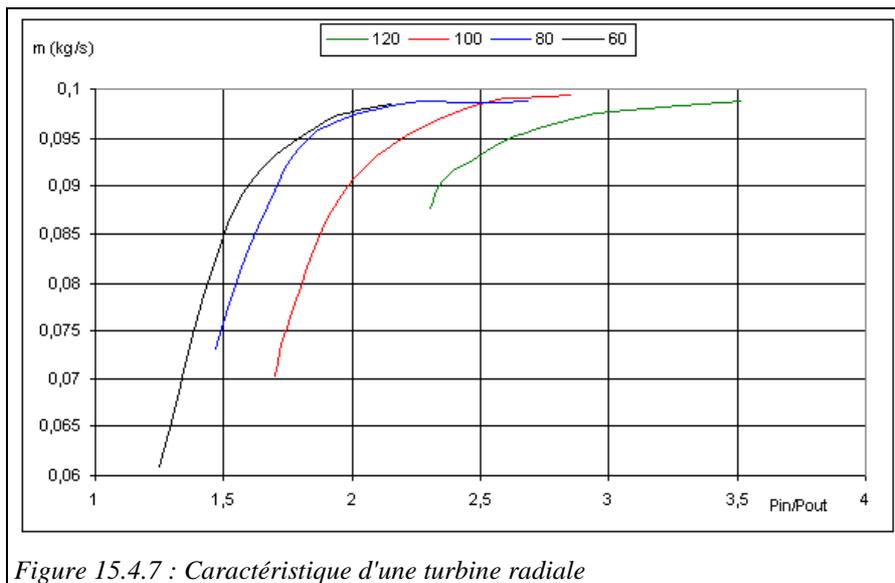


Figure 15.4.7 : Caractéristique d'une turbine radiale

15.4.4 REGLE DE BAUMANN

Nous rappelons ici succinctement la règle de Baumann présentée section 5.7.3 du tome 2, qui permet de tenir compte de la dégradation des performances d'une turbine fonctionnant en zone humide.

La relation (5.7.1) fournit le rendement isentropique humide η_{hum} d'un étage, α étant le coefficient de Baumann, proche de 1, et η_{sec} le rendement isentropique pour la vapeur sèche.

$$\frac{\eta_{\text{hum}}}{\eta_{\text{sec}}} = 1 - \alpha (1 - x) \quad (5.7.1)$$

Il est clair que les calculs de x et de η_{hum} sont liés et ne peuvent être effectués indépendamment. On peut pour toutefois remarquer que, dans la courbe d'équilibre liquide-vapeur, l'enthalpie du fluide en sortie de la turbine est une fonction linéaire de x , ce qui permet d'écrire :

$$\Delta H_{\text{is}} = H_a - H_{\text{is}} = H_a - (H_l + x_{\text{is}} L_0)$$

$$\Delta H_{\text{réel}} = H_a - H_r = H_a - (H_l + x L_0)$$

$$\eta_{\text{hum}} = \frac{\Delta H_{\text{réel}}}{\Delta H_{\text{is}}} = \eta_{\text{sec}} (1 - \alpha (1 - x))$$

$$\eta_{\text{hum}} = \frac{H_a - (H_l + x L_0)}{\Delta H_{\text{is}}} = \eta_{\text{sec}} (1 - \alpha (1 - x)) \quad (5.4.14)$$

(5.4.14) est une équation du premier degré en x qui se résout sans difficulté et permet d'éviter d'effectuer des calculs itératifs.

Lorsque la détente a lieu partiellement dans la zone de vapeur sèche et partiellement dans la zone de vapeur humide, il ne faut tenir compte de la règle de Baumann que dans cette dernière. Une manière de faire consiste à remplacer x dans l'équation (5.4.14) par le rapport de la chute enthalpique dans la zone humide à la chute enthalpique totale.

15.4.5 PERTES PAR VITESSE RESTANTE

Lorsque la pression aval baisse, pour une section de passage donnée, la vitesse débitante augmente, au point que l'énergie cinétique perdue peut ne plus être négligeable. Physiquement, cela signifie qu'une partie de la puissance disponible n'est pas récupérée sur l'arbre de la turbine, et se transforme à l'aval en chaleur. L'évaluation des pertes correspondantes peut être effectuée sur la base du triangle des vitesses, ce qui suppose de connaître la section de passage aval, la vitesse circumférentielle U et l'angle β de sortie. Dans l'équation ci-dessous, C_2 représente la vitesse débitante C_f avec nos notations habituelles.

Ces pertes sont égales à $C_2^2/2$, avec (figure 15.1.1) :

$$C_t = C_r \cotg \beta - U$$

$$C_2^2 = C_r^2 + C_t^2 = C_r^2 + (C_r \cotg \beta - U)^2$$

Sur le plan pratique, si l'on ne veut pas modifier l'expression donnant le rendement isentropique, le calcul des pertes par vitesse restantes (PVR) peut être effectué de la manière suivante.

- on commence par déterminer l'état de sortie de la turbine en l'absence de PVR ;
- la connaissance du volume massique et de la section d'échappement permet de connaître C_r et donc les PVR ;
- le travail fourni par la turbine est égal à celui en l'absence des PVR moins les PVR. Connaissant le travail isentropique (en l'absence de PVR car on suppose la machine parfaite), on en déduit une nouvelle valeur du rendement isentropique ;
- un recalcul de la turbine avec cette valeur du rendement isentropique donne l'état du point de sortie en tenant compte des PVR.

15.4.6 MODELISATION DES TURBINES EN REGIME NON-NOMINAL

Si l'on effectue une recherche bibliographique sur la modélisation en régime non-nominal des turbines, les approches s'appuient presque toutes sur les règles de Stodola et Baumann.

L'ASHRAE Toolkit [Bourdhoux, 1993] retient les hypothèses suivantes :

- soit le débit est considéré comme choqué dans la turbine, le rendement isentropique étant supposé constant : $\dot{m} \sqrt{T} / P = \text{Cste}$;
- soit la turbine est représentée comme une tuyère de Laval adiabatique sans diffuseur, et modélisée à partir de la relation d'Euler et du triangle des vitesses. Il faut alors fournir l'angle d'orientation de l'aubage et la section de la tuyère. Le rendement isentropique est dans ce cas calculé. Cette manière de faire se rapproche de celle que nous avons retenue pour tenir compte des pertes par vitesse restante.