

MODELISATION DES TRANSFERTS THERMIQUES

Ce document est un extrait d'un des chapitres du troisième tome du livre *Systèmes Energétiques* portant sur l'étude des échangeurs en régime non-nominal. Il traite tout particulièrement du calcul des coefficients d'échange thermiques internes dans les échangeurs de chaleur.

Le coefficient d'échange thermique global U dépend de la répartition des résistances thermiques dans l'échangeur. Si les surfaces d'échange sont égales pour les deux fluides :

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_c} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{h_f} \quad (5.1.5)$$

Les valeurs des coefficients de convection h_c et h_f sont fonction des propriétés thermophysiques des fluides et des configurations d'échange, les régimes convectifs dépendant fortement de la vitesse d'écoulement.

Elles peuvent être obtenues à partir de corrélations donnant la valeur du nombre de Nusselt $Nu = \frac{h d_h}{\lambda}$, en fonction des nombres de Reynolds $Re = \frac{\rho V d_h}{\mu}$ et de Prandtl $Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda}$.

Dans Thermoptim, on néglige pour le moment la résistance thermique de la paroi (mais pas celle des ailettes si elles existent), et, en appelant S_c et S_f les surfaces totales d'échange côtés chaud et froid, on ramène ces deux surfaces à une surface de référence (ou primaire) commune S ou A , que l'on appelle la surface de l'échangeur. Pour cela, on introduit deux "facteurs de surface" f_c et f_f , tels que $S_c = f_c A$, et $S_f = f_f A$. S'il n'y a pas de surfaces étendues, $f_c = f_f = 1$. S'il y a des surfaces étendues, on se donne comme surface de référence celle sans surfaces étendues, et on calcule un facteur de surface supérieur à 1 pour l'autre.

En négligeant la résistance de la paroi, le calcul de U se fait *in fine* par :

$$\frac{1}{U} = \frac{d_{hc}}{\lambda_c Nu_c} + \frac{d_{hf}}{\lambda_f Nu_f}$$

SURFACES ETENDUES

Si l'on tient compte de l'existence d'ailettes, $\eta_{0,c}$ et $\eta_{0,f}$ étant les efficacités globales des ailettes côtés chaud et froid, on a :

$$\frac{1}{U_c S_c} = \frac{1}{S_c \eta_{0,c} h_c} + \frac{1}{S_f \eta_{0,f} h_f} \quad (5.1.7)$$

Il existe aussi un coefficient d'échange global côté froid U_f , avec bien évidemment $U_f S_f = U_c S_c$.

U est donc calculé par : $\frac{1}{U A} = \frac{1}{A f_c \eta_{0,c} h_c} + \frac{1}{A f_f \eta_{0,f} h_f}$

EFFICACITE DES AILETTES

Pour une ailette rectangulaire fine ($e \ll 1$, figure 5.1.3), on démontre que l'efficacité de l'ailette, définie comme le rapport de la chaleur réellement échangée à la chaleur qui aurait été échangée si l'ailette était à la température de la base, est :

$$\eta_a = \frac{\tanh(ml)}{ml}$$

$$\text{avec } m = \sqrt{\frac{2h}{\lambda e}} \quad (5.1.8)$$

Pour des ailettes de formes différentes, la valeur de m change. Par exemple, pour des ailettes aiguilles circulaires (figure 5.1.4) :

$$m = \sqrt{\frac{4h}{\lambda d}} \quad (5.1.9)$$

Pour d'autres géométries, on se reportera à la littérature spécialisée [INCROPERA, DEWITT, 1996].

Le flux total échangé est égal à la somme des flux échangés d'une part par les ailettes (surface S_a) et d'autre part par la paroi située entre les ailettes (surface $A - S_a$). On définit ainsi une efficacité globale η_0 égale au rapport du flux réellement échangé au flux qui serait échangé si la totalité de la surface était à la température de la base :

$$\eta_0 = \frac{h S_a \eta_a + h (A - S_a)}{h A} = 1 - \frac{S_a}{A} (1 - \eta_a) \quad (5.1.10)$$

CALCUL DES NOMBRES DE REYNOLDS ET DE PRANDTL

$Re = \frac{\rho V d_h}{\mu}$ peut s'exprimer directement à partir du débit masse de fluide, de la section de passage libre pour le fluide A_c , et de la vitesse massique G .

Comme $\dot{m} = G A_c$

$$Re = \frac{4 G d_h}{\pi \mu} = \frac{4 \dot{m} d_h}{\pi \mu A_c}$$

Connaissant le débit massique, il faut donc se donner la section de passage A_c et le diamètre hydraulique d_h .

Pour les gaz, le nombre de Prandtl varie peu en fonction de la température et reste compris entre 0,7 et 0,75. On peut donc le considérer constant sans commettre d'erreur importante. Pour les liquides, il faut impérativement tenir compte de la température dans le calcul de Pr . Toutefois, les

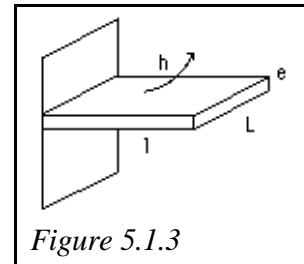


Figure 5.1.3

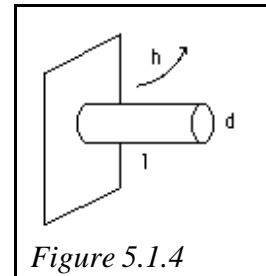


Figure 5.1.4

propriétés thermophysiques des corps sont prises en compte dans Thermoptim, ce qui règle la question.

CALCUL DU NOMBRE DE NUSSELT

Le nombre de Nusselt est presque toujours donné par la relation suivante :

$$\text{Nu} = C_1 \text{Re}^a \text{Pr}^b (\mu/\mu_p)^c$$

où C_1 , a , b , et c sont des constantes. La correction de viscosité se fait par rapport à la température de la paroi. Les coefficients C_1 , a et b varient selon les configurations rencontrées, et le terme supplémentaire pour tenir compte des variations de la viscosité est souvent négligé.

D'une manière générale, l'exposant du nombre de Reynolds est compris entre 0,5 et 0,8, et celui du nombre de Prandtl entre 0,33 et 0,4. On trouve dans la littérature des valeurs de corrélations pour des géométries à ailettes très particulières.

Le régime d'écoulement a une influence importante sur la valeur de Nu. Dans le cas où Re est inférieur à 2000, le régime est laminaire, et si Re est supérieur à 5000, il est turbulent, avec une zone de transition, ces frontières n'étant pas parfaitement stables.

Pour un écoulement laminaire établi, $\text{Nu} = \text{Cste}$, la valeur étant comprise entre 4 et 8 environ, en fonction de la forme du tube et du mode d'échange de chaleur (température ou flux constant).

intérieur des tubes

A l'intérieur des tubes, la formule la plus utilisée est celle de Mac Adams ou Dittus-Boettler :

$$\text{Nu} = 0,023 \text{Re}^{0,8} \text{Pr}^{0,4} \quad (5.1.11)$$

écoulements perpendiculaires à des tubes

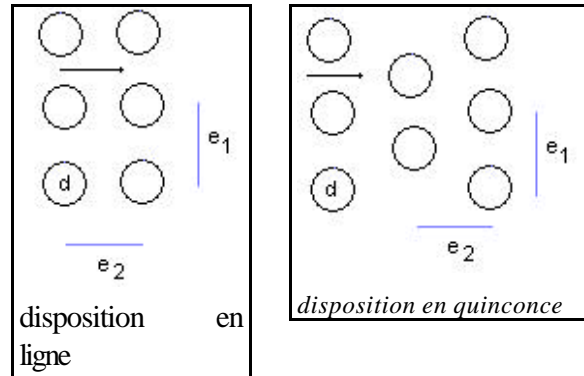
Pour des écoulements perpendiculaires à des tubes, la disposition des tubes influence les coefficients d'échange, et plusieurs formules existent, comme celle de Colburn :

$$\text{Nu} = 0,33 \text{Kp Kr Re}^{0,6} \text{Pr}^{0,33} \quad (5.1.12)$$

Les coefficients K_p et K_r dépendent de la disposition et des valeurs relatives de e_1 , e_2 et d (K_p est fonction du nombre de rangées, et K_r de la géométrie du réseau et de Re).

batteries à ailettes

Pour les batteries à ailettes à air, des corrélations prédictives relativement complexes existent, mais in fine, les choses se simplifient, et on peut montrer que l'on a :



$$h = K_1 Re^{0,77} = K_2 G^{0,77} = K_3 V^{0,77}$$

Il suffit donc d'identifier le coefficient K en fonction du paramètre choisi pour obtenir une relation simple caractérisant l'échange thermique côté air.

Echanges diphasiques

Pour les échanges diphasiques, les choses sont nettement plus compliquées. Les méthodes les plus précises prennent en compte plusieurs zones dépendant du titre en vapeur et d'une grandeur liée, appelée taux de vide. Certaines corrélations calculent h à partir d'une relation implicite, alors que d'autres permettent d'éviter cette complication.

Dans les corrélations utilisées pour les échanges diphasiques, Nusselt est souvent calculé comme le produit du Nusselt liquide par un coefficient d'amplification, Nu_{iq} étant calculé à partir de la corrélation de MacAdams, valable à l'intérieur d'un tube. On est légitimement en droit de se demander si ce calcul reste valable pour d'autres types d'échangeurs, notamment les échangeurs à plaques.

formulation pour la condensation

Nous avons retenu la corrélation de Shah (79), modifiée par Bivens (94) :

$$Nu = Nu_{i0} F = 0,023 Re_{i0}^{0,8} Pr_{i0}^{0,4} \left[(1-x)^{0,8} + \left(\frac{3,8 x^{0,76} (1-x)^{0,04}}{\left(\frac{P}{P_c}\right)^{0,38}} \right) \right]$$

$$Nu = Nu_{Shah} \left[0,78738 + 6187,89 G^{-2} \right]$$

Dans cette expression, le calcul de Nu_0 doit être fait avec le débit masse total \dot{m} .

Cette relation est appliquée en moyennant le facteur F sur la plage de variation de x , ce qui demande simplement de calculer les valeurs moyennes intégrées pour les fonctions de x .

formulation pour l'évaporation dans les tubes

Nous avons retenu la corrélation de Gungor et Winterton :

$$\text{Nu} = \text{Nu}_{\text{liq}} F$$

$$\text{Nu} = 0,023 \text{Re}_{\text{liq}}^{0,8} \text{Pr}_{\text{liq}}^{0,4} \left[\left(1 + 3000 \text{Bo}^{0,86} + 1,12 \left(\frac{x}{1-x} \right)^{0,75} \left(\frac{V_v}{V_l} \right)^{0,41} \right) \right]$$

Dans cette expression, le calcul de Nu_{liq} doit être fait avec le débit de la phase liquide seule (1-x) \dot{m} . L'expression de Bo, nombre d'ébullition, est :

$$\text{Bo} = \frac{q_{\text{th}}}{G L_v}$$

échangeurs à plaques

Pour les échangeurs à plaques, l'exposant b vaut presque toujours 1/3 et c 0,14 pour Muley et Manglik (1999) et 0,17 pour Kumar (1984).

Pour des angles de chevron $\leq 30^\circ$ Kumar (1984) donne 0,348 pour C_h et 0,663 pour a . Alfa Laval donne $C_h = 0,142$, $a = 0,72$, $b = 0,37$ et $c = 0,108$ pour l'échangeur A20. Muley et Manglik (1999) proposent une formule plus complexe pour des angles de chevron $\beta = 90 - \alpha$ de 30° à 60° , et des facteurs de surfaces μ de 1 à 1,5 pour $\text{Re} > 10^3$.

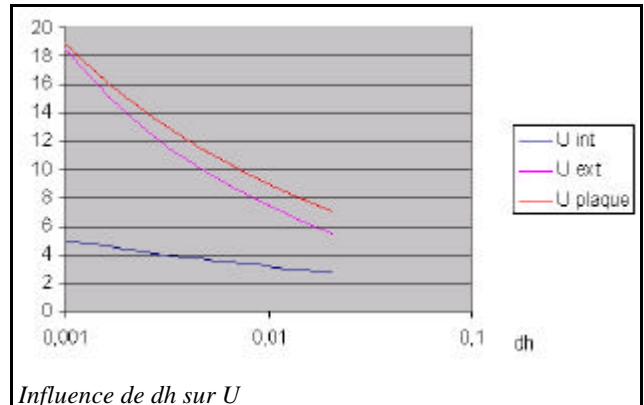
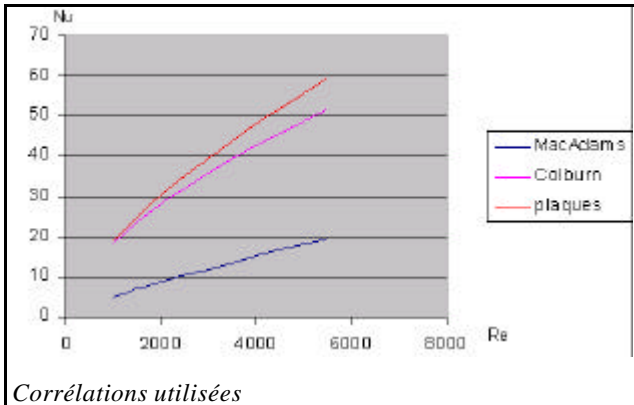
$$\text{Nu} = \left[0,2668 - 0,00696b + 7,244 \times 10^{-5} b^2 \right] \times \left[2078 - 5084a + 41,16a^2 - 1051a^3 \right] \times \text{Re}^{[0,728 + 0,0543 \ln((pb/45) + 3,7)]} \text{Pr}^{1/3} \left(\frac{h}{h_w} \right)^{0,14}$$

La figure ci-dessous montre l'importance de l'influence de la corrélation utilisée sur la valeur de Nu, en fonction de Re, pour $\text{Pr} = 0,7$. Les corrélations utilisées sont :

intérieur des tubes (Mac Adams) :	$\text{Nu} = 0,023 \text{Re}^{0,8} \text{Pr}^{0,4}$
extérieur des tubes (Colburn) :	$\text{Nu} = 0,33 \text{Re}^{0,6} \text{Pr}^{0,33}$
plaques avec correction de viscosité :	$\text{Nu} = 0,2 \text{Re}^{0,674} \text{Pr}^{0,33} (\mu/\mu_p)^{0,14}$

Ces deux figures montrent l'influence des paramètres de la corrélation d'une part sur le nombre de Nusselt, et d'autre part sur les coefficients d'échange eux-mêmes.

Comme on pouvait s'y attendre, on notera que la corrélation pour l'échangeur à plaques conduit à des valeurs de U plus importantes que celles de Mac Adams et Colburn. Toutefois, elle n'est pas la seule à être proposée [Ayub, 2003].



CALCUL DES ECHANGEURS MULTIZONES

Le calcul de U par $\frac{1}{U} = \frac{d_{hc}}{\lambda_c Nu_c} + \frac{d_{hf}}{\lambda_f Nu_f}$ n'est valable que pour un échangeur simple, traversé par deux fluides ayant des propriétés thermophysiques constantes.

Pour des échangeurs multizones tels que les évaporateurs et condenseurs de machines frigorifiques, le calcul de U est plus délicat, parce que l'échangeur global est en réalité un échangeur en série ou en série-parallèle du fait des couplages qui existent entre les trois sous-échangeurs liquide (l), liquide-vapeur (lv) et vapeur (v), qui se partagent la surface totale de l'échangeur. Seule la surface totale étant connue, il est nécessaire de calculer simultanément les trois parties de l'échangeur pour trouver la solution.

La surface totale A est la somme des surfaces des différentes zones, et le flux total échangé ϕ est la somme des flux échangés dans les différentes zones.

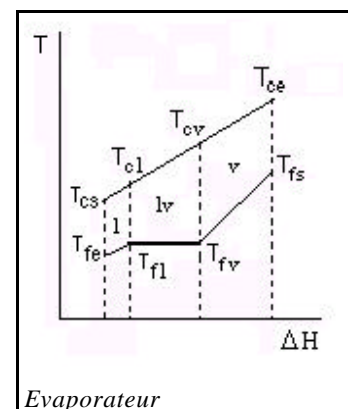
Trois cas doivent être considérés, selon que le fluide chaud est diphasique et le fluide froid en sensible, que le fluide froid est diphasique et le fluide chaud en sensible, ou les deux fluides froid et chaud sont diphasiques. Seuls les deux premiers cas sont traités ici.

équations pour les évaporateurs

$$\begin{aligned} m_c C_{p_c} (T_{ce} - T_{cv}) &= m_f C_{p_{fv}} (T_{fs} - T_{fv}) \\ m_c C_{p_c} (T_{cv} - T_{cl}) &= m_f C_{p_{flv}} (T_{fv} - T_{fl}) = m_f L_f \\ m_c C_{p_c} (T_{cl} - T_{cs}) &= m_f C_{p_{fl}} (T_{fl} - T_{fe}) \end{aligned}$$

Les relations donnant epsilon et R sont alors :

$$\begin{aligned} \epsilon_v &= \frac{T_{fs} - T_{fv}}{T_{ce} - T_{fv}} & R_v &= \frac{m_f C_{p_{fv}}}{m_c C_{p_c}} \\ \epsilon_{lv} &= \frac{T_{cv} - T_{cl}}{T_{cv} - T_{fe}} & R_{lv} &= \frac{m_c C_{p_c}}{m_f C_{p_{flv}}} \end{aligned}$$



$$\varepsilon_1 = \frac{T_{fl} - T_{fe}}{T_{cl} - T_{fe}} \quad R_1 = \frac{m_f C_{pfl}}{m_c C_{pc}}$$

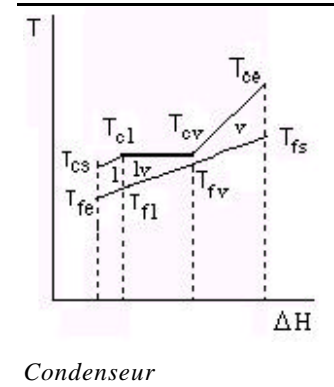
Si le fluide entre à l'état diphasique dans l'évaporateur, les équations sont légèrement modifiées.

équations pour les condenseurs

$$\begin{aligned} m_c C_{p_{cv}} (T_{ce} - T_{cv}) &= m_f C_{p_f} (T_{fs} - T_{fv}) \\ m_c C_{p_{clv}} (T_{cv} - T_{cl}) &= m_f C_{p_f} (T_{fv} - T_{fl}) = m_c L_c \\ m_c C_{p_{cl}} (T_{cl} - T_{cs}) &= m_f C_{p_f} (T_{fl} - T_{fe}) \end{aligned}$$

Les relations donnant epsilon et R sont alors :

$$\begin{aligned} \varepsilon_v &= \frac{T_{ce} - T_{cv}}{T_{ce} - T_{fv}} & R_v &= \frac{m_c C_{p_{cv}}}{m_f C_{p_f}} \\ \varepsilon_{lv} &= \frac{T_{fv} - T_{fl}}{T_{cv} - T_{fl}} & R_{lv} &= \frac{m_f C_{p_f}}{m_c C_{p_{clv}}} \\ \varepsilon_l &= \frac{T_{cv} - T_{cs}}{T_{cv} - T_{fe}} & R_l &= \frac{m_c C_{p_{cl}}}{m_f C_{p_f}} \end{aligned}$$



RÉFÉRENCES

Kumar, H, The plate heat exchanger: construction and design, First UK National Conference on Heat Transfer, July 1984, I Chem E Symposium Series, No. 86, 1275-1288

Muley, A. and Manglik, R.M. Experimental study of turbulent flow heat transfer and pressure drop in a plate heat exchanger with chevron plates, *Trans of the ASME, Journal of Heat Transfer*, **121**, 110-117, 1999

Ayub, Z.H. Plate heat exchanger literature survey and new heat transfer and pressure drop correlations for refrigerant evaporators, *Heat Transfer Engineering*, **24(5)**, 3-16, 2003

F. P. INCROPERA, D. P. DEWITT, Fundamentals of heat and mass transfer, 4th Edition, John Wiley and Sons, 1996.

Gungor, K.E., and Winterton, R.H.S., A general correlation for flow boiling in tubes and annuli, *International Journal of Heat Mass Transfer*, 29, 1986, pp. 351-358

Shah, M.M., 1979, "A general correlation for heat transfer during film condensation inside pipes", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 22, pp. 547-556.